CEJA >>

CENTRO DE EDUCAÇÃO
de JOVENS e ADULTOS

MATEMÁTICA
e suas TECNOLOGIAS >>

Fascículo 2
Unidades 4, 5 e 6

Edição revisada 2016

GOVERNO DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

Governador
Luiz Fernando de Souza Pezão

Vice-Governador
Francisco Oswaldo Neves Dornelles

SECRETARIA DE ESTADO DE CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO

Secretário de Estado
Gustavo Reis Ferreira

SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO

Secretário de Estado
Antônio José Vieira de Paiva Neto

FUNDAÇÃO CECIERJ

Presidente
Carlos Eduardo Bielschowsky

PRODUÇÃO DO MATERIAL CEJA (CECIERJ)

Coordenação Geral de Design Instrucional
Cristine Costa Barreto

Coordenação de Matemática
Agnaldo da C. Esquincalha
Gisela M. da F. Pinto
Heitor B. L. de Oliveira

Revisão de conteúdo
José Roberto Julianelli
Luciana Getirana de Santana

Elaboração
Cléa Rubinstein
Daniel Portinha Alves
Heitor B. L. de Oliveira
Leonardo Andrade da Silva
Luciane de P. M. Coutinho
Maria Auxiliadora Vilela Paiva
Raphael Alcaires de Carvalho
Rony C. O. Freitas
Thiago Maciel de Oliveira

Atividade Extra
Benaia Sobreira de Jesus Lima
Carla Fernandes e Souza
Diego Mota Lima
Paula Andréa Prata Ferreira
Vanessa de Albuquerque

Coordenação de Design Instrucional
Flávia Busnardo
Paulo Miranda

Design Instrucional
Rommulo Barreiro
Letícia Terreri

Revisão de Língua Portuguesa
Paulo Cesar Alves

Coordenação de Produção
Fábio Rapello Alencar

Capa
André Guimarães de Souza

Projeto Gráfico
Andreia Villar

Imagem da Capa e da Abertura das Unidades
http://www.sxc.hu/
photo/789420

Diagramação
Equipe Cederj

Ilustração
Bianca Giacomelli
Clara Gomes
Fernado Romeiro
Jefferson Caçador
Sami Souza

Produção Gráfica
Verônica Paranhos

Sumário

Prezado(a) Aluno(a),

Seja bem-vindo a uma nova etapa da sua formação. Estamos aqui para auxiliá-lo numa jornada rumo ao aprendizado e conhecimento.

Você está recebendo o material didático impresso para acompanhamento de seus estudos, contendo as informações necessárias para seu aprendizado e avaliação, exercício de desenvolvimento e fixação dos conteúdos.

Além dele, disponibilizamos também, na sala de disciplina do CEJA Virtual, outros materiais que podem auxiliar na sua aprendizagem.

O CEJA Virtual é o Ambiente virtual de aprendizagem (AVA) do CEJA. É um espaço disponibilizado em um site da internet onde é possível encontrar diversos tipos de materiais como vídeos, animações, textos, listas de exercício, exercícios interativos, simuladores, etc. Além disso, também existem algumas ferramentas de comunicação como chats, fóruns.

Você também pode postar as suas dúvidas nos fóruns de dúvida. Lembre-se que o fórum não é uma ferramenta síncrona, ou seja, seu professor pode não estar online no momento em que você postar seu questionamento, mas assim que possível irá retornar com uma resposta para você.

Para acessar o CEJA Virtual da sua unidade, basta digitar no seu navegador de internet o seguinte endereço: http://cejarj.cecierj.edu.br/ava

Utilize o seu número de matrícula da carteirinha do sistema de controle acadêmico para entrar no ambiente. Basta digitá-lo nos campos "nome de usuário" e "senha".

Feito isso, clique no botão "Acesso". Então, escolha a sala da disciplina que você está estudando. Atenção! Para algumas disciplinas, você precisará verificar o número do fascículo que tem em mãos e acessar a sala correspondente a ele.

Bons estudos!

Equações do segundo grau

Fascículo 2

Unidade 4

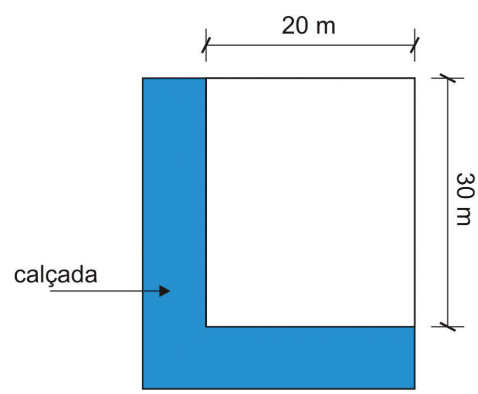
Fundação CECIERJ
Consórcio cederj

Equações do segundo grau

Para início de conversa...

Nesta unidade, vamos avançar um pouco mais nas resoluções de equações. Na unidade anterior, você estudou sobre as equações de primeiro grau. Desta vez, vamos focar nas equações do segundo grau. Esses tipos de equações ajudarão a resolver problemas como este:

Um operário foi contratado para construir uma calçada em volta de dois lados de um terreno retangular, como mostra a figura a seguir.



O terreno mede 20m por 30m e a calçada deve ter sempre a mesma largura em ambos os lados. Sabendo que o operário dispõe de $72m^2$ de lajotas para fazer a obra, qual deve ser a largura da calçada?

Perceba que, nesse caso, a primeira coisa que precisamos é organizar o problema de tal forma que possamos encontrar a medida procurada. A organização, desta vez, cairá em uma equação do segundo grau. Tente encontrar a equação e se você já sabe como resolvê-la, vá em frente. Se não souber, não se preocupe, ao final de unidade retornaremos a esse problema e você verá que não há segredos.

Objetivos de aprendizagem

- Reconhecer equações do segundo grau.
- Resolver equações do segundo grau completas e incompletas.
- Utilizar equações do segundo grau, para resolver problemas.

Seção 1
E agora? O x está elevado ao quadrado

As equações do segundo grau são aquelas que apresentam sua incógnita com grau (expoente) igual a 2. Elas podem aparecer de quatro formas:

1. $ax^2=0$
2. $ax^2 + c=0$
3. $ax^2 + bx=0$
4. $ax^2 + bx + c=0$

Nessas equações, a, b e c representam números, denominados coeficientes da equação. Veja alguns exemplos de equações do segundo grau:

1. $2x^2=0$
2. $x^2- 4=0$
3. $3x^2 + 3x=0$
4. $x^2 -5x + 6=0$

Inicialmente, vamos resolver equações do segundo grau, nas quais a letra **x** só aparece na forma $\mathbf{x^2}$, como nos casos 1 e 2 ($2x^2=0$ e $x^2 – 4=0$), mostrados acima. Utilizaremos a mesma ideia do princípio da igualdade, já vista anteriormente.

Para começar, considere a seguinte equação:

$x^2 - 25 = 0$

Somando 25 em ambos os lados da igualdade teremos:

$x^2 = 25$

Observe que o valor de x procurado é aquele que elevado ao quadrado tem como resultado 25. O primeiro número que nos vem à mente seria 5. Mas não podemos nos esquecer que $(-5)^2 = 25$; logo, – 5 também é um possível valor.

Assim, teríamos duas possíveis soluções: x = 5 e x = – 5.

Poderíamos ainda utilizar o seguinte raciocínio:

$x^2 - 25 = 0$

Somando 25 em ambos os lados da igualdade teremos

$x^2 = 25$

Se estamos procurando um valor para x que elevado ao quadrado dá 25, podemos pensar que o valor procurado nada mais é do que a raiz quadrada de 25, que é 5. No entanto, temos de considerar que a raiz quadrada de um número ao quadrado é o **módulo** desse número. Assim:

$\sqrt{x^2} = \sqrt{25}$ e, como $\sqrt{x^2} = |x|$, temos que:

$|x| = \sqrt{25}$ (Lê-se módulo de x é igual a $\sqrt{25}$.)

$x = \pm\sqrt{25}$

ou

$x = \pm 5$

Logo, teríamos duas possíveis soluções: $x = 5$ e $x = -5$.

Módulo

O módulo de um número x é representado por $|x|$ e temos:

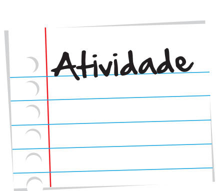
$$|x| = \begin{cases} x \text{ se } x \geq 0 \\ -x \text{ se } x < 0 \end{cases}$$

Por exemplo: $|5| = 5$ e $|-5| = -(-5) = 5$

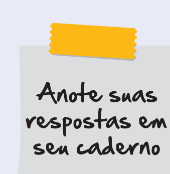
Situação problema 1

Muitos povos antigos tinham um conhecimento matemático muito desenvolvido e estruturado. Esse era o caso dos egípcios. Alguns textos conhecidos dessa civilização mostram que eles resolviam equações do segundo grau para solucionar problemas do seu dia a dia, embora, pelo que se tem conhecimento só lidavam com equações do segundo grau bem simples.

Por exemplo, no **papiro de Moscou**, que data de aproximadamente 1850 a.C., é pedido para que se calcule a base de um retângulo de área igual a 12, cuja altura é ¾ de sua base.



Como esse problema poderia ser escrito em linguagem matemática atual? Qual seria a sua solução?



Papiro de Moscou

Os dois documentos mais importantes de que dispomos para o estudo da Matemática egípcia são: o papiro Rhind e o papiro de Moscou, este último de autoria desconhecida.

Atividade 1

Utilizando seus conhecimentos de potenciação, radiciação e equações do primeiro grau, resolva as equações.

a. $2x^2 - 200 = 0$

b. $5x^2 + 20 = 25$

c. $9\,x^2 - 18 = 0$

Importante

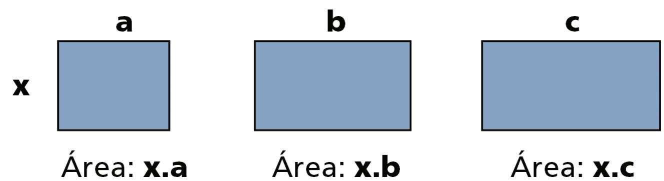
- Para realizar essa atividade, você pode utilizar sua calculadora para encontrar os valores aproximados das raízes quadradas.
- Perceba que nem todas as raízes terão como resultado números inteiros. Nesse caso, você poderá optar por deixar o resultado na forma de raiz mesmo.
- Raízes quadradas de números negativos não pertencem ao conjunto numérico que estamos considerando agora. Portanto, toda vez (aqui, nesse contexto) que isso ocorrer, considere a equação como insolúvel, ou seja, equação não tem solução. Isto é: não existem valores de x que satisfaçam a igualdade. Nesse caso, a equação é insolúvel no conjunto dos números Reais !!!

Anote suas respostas em seu caderno

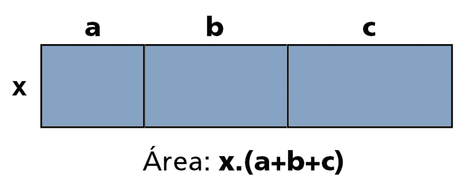
Seção 2

Resolvendo equações do segundo grau, colocando um fator comum em evidência

Observe os retângulos a seguir, suas medidas e suas áreas:



Agora observe os mesmos três retângulos dispostos de outra forma:



Podemos então dizer que $x.a + x.b + x.c = x.(a + b + c)$. O processo de passagem da primeira representação para a segunda é o que denominamos fatoração, ou seja, a escrita de uma expressão ou número em forma de multiplicação. No caso mostrado anteriormente, o processo de fatoração utilizado é denominado **fator comum em evidência**, que corresponde a multiplicar a expressão dada pelo fator comum, no caso, **x**.

Vamos agora utilizar este processo, para resolver algumas equações do segundo grau. Observe.

$x^2 - 6x = 0$

Vamos colocar o **x** em evidência:

$x \cdot (x - 6) = 0$

Observe que temos uma multiplicação de x por (x – 6). Essa multiplicação deve ter zero como resultado. Para que isso ocorra, temos duas possibilidades: ou x é igual a zero ou (x – 6) é igual a zero. Isso nos levará aos possíveis valores para x:

$x = 0$

Ou

$x - 6 = 0 \rightarrow x = 6$

Logo, temos duas possíveis soluções: $x = 0$ e $x = 6$.

Atividade 2

Vamos agora utilizar o fator comum em evidência, para resolver as equações do segundo grau a seguir:

a. $3x^2 - x = 0$

b. $2x^2 + 23x = 0$

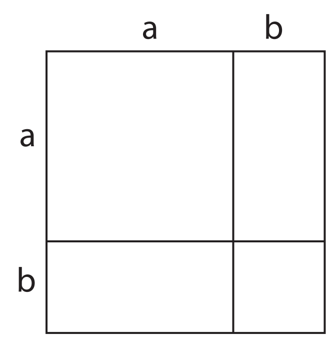
c. $5x^2 - 56x = 0$

Anote suas respostas em seu caderno

Seção 3

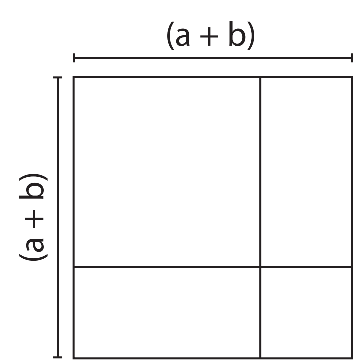
Resolvendo equações do segundo grau, utilizando outro caso de fatoração

Observe o quadrado a seguir:

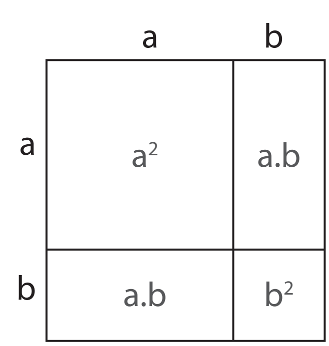


Há duas formas de representar sua área:

1. A primeira seria fazendo $(a + b) . (a + b)$. Ou seja, $(a + b)^2$.



2. A segunda seria a partir da soma das suas partes fazendo $a^2 + 2.ab. + b^2$.



Podemos então dizer que $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ou $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$.

A primeira forma de escrita, $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, é um **produto notável** conhecido com o nome de **quadrado da soma de dois termos**.

A segunda igualdade, $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$, é uma fatoração já que transforma uma expressão algébrica em um produto e leva o nome de **trinômio quadrado perfeito**.

Vamos começar resolvendo a seguinte equação:

$(x + 3)^2 =0$

Para que a igualdade seja verdadeira, é necessário considerar que (x + 3) deve ser um valor que elevado ao quadrado tem zero como resultado. Ora, apenas o próprio zero satisfaz. Logo:

$x + 3 = 0$

Então,

$x = -3$

Portanto, neste caso, teríamos apenas um resultado possível para x.

Utilizando a ideia de produtos notáveis, podemos perceber que:

$(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$

Dessa forma, poderíamos resolver a equação:

$x^2 + 6x + 9 = 0$

Substituindo $x^2 + 6x + 9$ por $(x + 3)^2$, assim:

$(x + 3)^2 = 0$

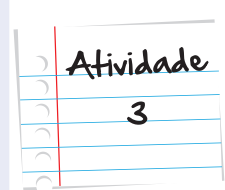
O que nos levaria ao resultado $x = -3$, como calculado anteriormente.

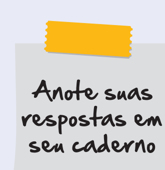
Resolva agora as seguintes equações do segundo grau:

a. $(x - 4)^2 = 0$

b. $(x + 5)^2 = 0$

c. $(x - 9)^2 = 0$





Atividade 4

Desenvolva os seguintes produtos notáveis:

a. $(x - 4)^2 =$

b. $(x + 5)^2 =$

c. $(x - 8)^2 =$

Anote suas respostas em seu caderno

Atividade 5

Utilizando as fatorações vistas anteriormente, resolva as seguintes equações:

a. $x^2 - 8x + 16 = 0$

b. $x^2 + 10x + 25 = 0$

c. $x^2 - 16x + 64 = 0$

Anote suas respostas em seu caderno

Seção 4
Uma fórmula para resolver equações do segundo grau

Os métodos que vimos anteriormente são maneiras rápidas de resolvermos equações do segundo grau que possuem características especiais. No entanto, há uma fórmula que nos auxilia na resolução de qualquer tipo de equação do segundo grau, inclusive as anteriormente citadas. A fórmula para equações do tipo $a.x^2 + b.x + c = 0$, é a seguinte:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

No Brasil, essa fórmula é conhecida como Fórmula de Báskara. Machado (2003), no entanto, afirma que essa denominação é exclusividade do Brasil. Em outros países, ela é conhecida simplesmente como a fórmula geral para resolução da equação do segundo grau, sem qualquer referência a Báskara, que foi um matemático indiano do século XII. A descoberta da fórmula costuma ser atribuída aos babilônios antigos e sua formalização ao matemático persa Al-Khowarizmi.

Saiba Mais

Uma demonstração dessa fórmula:

$$
\begin{aligned}
&ax^2+bx+c=0 \Leftrightarrow\\
&(4a)(ax^2+bx+c)=(4a).0 \Leftrightarrow\\
&4a^2x^2+4abx+4ac=0 \Leftrightarrow\\
&(2ax)^2+2(2ax)b=-4ac \Leftrightarrow\\
&(2ax)^2+2(2ax)b+b^2=-4ac+b^2 \Leftrightarrow\\
&(2ax+b)^2=b^2-4ac \Leftrightarrow\\
&|2ax+b|=\sqrt{b^2-4ac}
\end{aligned}
$$

Pela definição de módulo, temos:

$$
\begin{aligned}
&2ax+b=\sqrt{b^2-4ac} \Leftrightarrow\\
&2ax=\sqrt{b^2-4ac}-b \Leftrightarrow\\
&x=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}
\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}
&2ax+b=-\sqrt{b^2-4ac} \Leftrightarrow\\
&2ax=-\sqrt{b^2-4ac}-b \Leftrightarrow\\
&x=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}
\end{aligned}
$$

Portanto,

$$
x=\begin{cases} x=\dfrac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \rightarrow r1\\[2ex] x=\dfrac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \rightarrow r2 \end{cases} \Rightarrow x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}
$$

Vamos resolver uma equação, utilizando a Fórmula:

$x^2 - 5x + 6 = 0$

Considerando a representação $a.x^2+b.x+c=0$, temos, nesse caso, os seguintes valores: a = 1; b = –5; c = 6.

Substituindo esses valores na fórmula teremos:

$$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4.1.6}}{2.1}$$

Resolvendo:

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2}$$

$$x = \frac{5 \pm 1}{2} \left\langle \begin{array}{l} x_1 = \dfrac{5+1}{2} = \dfrac{6}{2} = 3 \\ x_2 = \dfrac{5-1}{2} = \dfrac{4}{2} = 2 \end{array} \right.$$

Logo, temos duas possíveis soluções: x = 3 e x = 2.

Situação problema 2

Os babilônios também tinham conhecimentos matemáticos aprimorados e, pelos que os estudiosos falam, superiores aos egípcios. Eles tinham um sistema de numeração próprio e deixaram muita coisa sobre o que faziam escrita em tabletes de argila, usando uma escrita, chamada cuneiforme, feita com estilete.

Um dos tabletes encontrados por arqueólogos mostra um problema relacionado às equações do segundo grau. Escrito em nossa linguagem, o problema diz o seguinte: ache o lado de um quadrado, se a sua área subtraída pelo seu lado é igual a 870.

Atividade

Escreva o problema em linguagem matemática atual. Qual é a sua solução?

Anote suas respostas em seu caderno

Atividade 6

Resolva as seguintes equações, utilizando a fórmula resolutiva da equação do segundo grau.

a. $x^2 - x - 2 = 0$

$x_1 =$

$x_2 =$

Atividade 6

b. $x^2 + 9x + 8 = 0$

$x_1 =$

$x_2 =$

c. $x^2 - x - 20 = 0$

$x_1 =$

$x_2 =$

d. $x^2 - 8x + 7 = 0$

$x_1 =$

$x_2 =$

e. $x^2 - 3x - 4 = 0$

$x_1 =$

$x_2 =$

Anote suas respostas em seu caderno

Momento de reflexão

As equações do segundo grau são utilizadas em contextos diversos. A Física, por exemplo, faz uso delas no estudo no Movimento Uniformemente Variado.

É comum pensarmos que a compreensão desse tipo de equação passe simplesmente pela aplicação de uma fórmula. Nesta unidade, no entanto, pudemos ver que o mais importante é a compreensão de que o processo de resolução é uma consequência do princípio da igualdade estudada na unidade anterior e que a fórmula é decorrente desse processo.

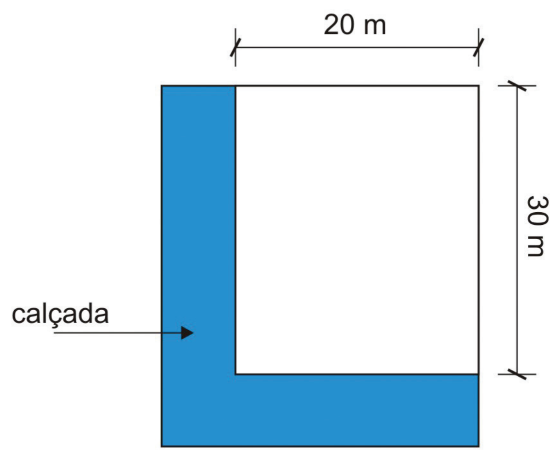
Releia os processos aqui trabalhados e refaça as equações que teve maiores dificuldades. Outra dica: refaça as Atividades 1, 2 e 5, utilizando a fórmula e compare com os resultados encontrados anteriormente. Não deixe de relatar por escrito o que percebeu, isso pode auxiliar os seus estudos posteriormente.

Anote suas respostas em seu caderno

Voltando à conversa inicial...

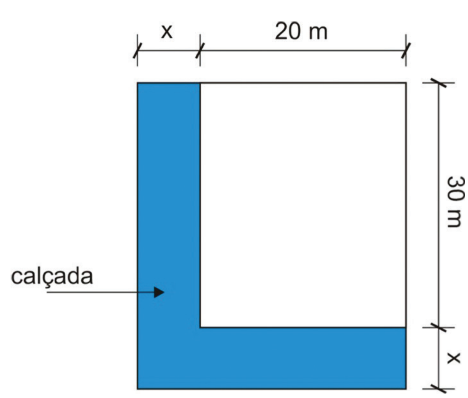
Agora que pudemos estudar um pouco sobre equações do segundo grau, podemos voltar ao nosso problema inicial para resolvê-lo.

Observe novamente o terreno e a calçada que deverá ser construída:

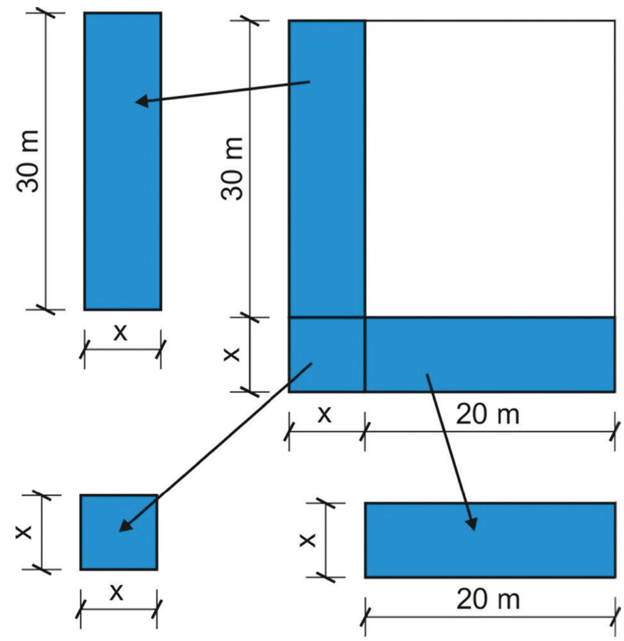


O problema menciona o fato de a calçada ter a mesma largura em ambos os lados. Vamos denominá-la de x.

Utilize a calculadora para encontrar um valor aproximado, uma vez que você se deparará com raiz quadrado não inteira.



A área da calçada é conhecida, pois coincide com a área de lajotas que o pedreiro pretende utilizar. Vamos, então, separar a calçada em retângulos para que possamos calcular tal medida.



São três retângulos, medidos em metro.

a. O primeiro possui medidas 30 e x;

b. O segundo x e x;

c. O terceiro x e 20.

As áreas são as seguintes:

a. Primeiro retângulo $\rightarrow$ 30x

b. Segundo retângulo $\rightarrow x^2$

c. Terceiro retângulo $\rightarrow$ 20x

A área total é a soma dessas três medidas; portanto,

$30x + x^2 + 20x = x^2 + 50x$

Essa medida deve ser igual à área das lajotas à disposição (72 m^2).

Assim:

$x^2 + 50x = 72$

O que origina a seguinte equação do segundo grau.

$x^2 + 50x - 72 = 0$

Logo,

a = 1

b = 50

c = – 72

Substituindo esses valores na fórmula, teremos:

$$x = \frac{-(50) \pm \sqrt{(50)^2 - 4.1.(-72)}}{2.1}$$

Resolvendo

$$x = \frac{-50 \pm \sqrt{2500 + 288}}{2}$$

$$x = \frac{-50 \pm \sqrt{2788}}{2}$$

$$x = \frac{-50 \pm 52,8}{2} \left\langle \begin{array}{l} x_1 = \frac{-50 + 52,8}{2} = \frac{2,8}{2} = 1,4 \\ x_2 = \frac{-50 - 52,8}{2} = \frac{-102,8}{2} = -51,4 \end{array} \right.$$

O valor procurado é, portanto, 1,4 m, uma vez que não há medida negativa.

Observação: a raiz quadrada de 2788 foi aproximada para 52,8 já que não é exata.

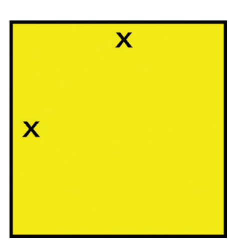
Veja ainda

Há um método bem interessante para resolver equações do segundo grau. O método é conhecido como "completar quadrados". Observe, a equação a seguir:

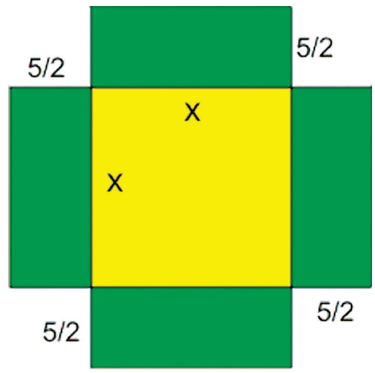
Vamos resolver, utilizando recursos geométricos, a equação do segundo grau:

$x^2 + 10x - 39 = 0$

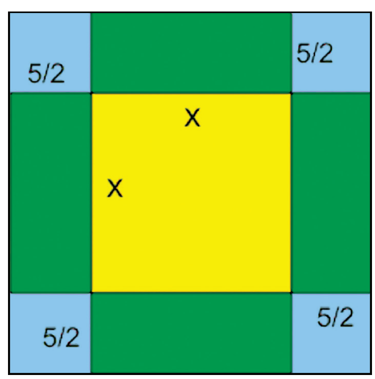
- Primeiro vamos reescrevê-la assim: $x^2 + 10x = 39$
- Representemos um quadrado de lado x; logo, com área x^2.



- Representemos, agora, quatro retângulos de lados x e $\frac{5}{2}$, de forma que sua área seja $\frac{5}{2}x$ e os quatro juntos tenham área 10x.



- Perceba que juntas as cinco figuras possuem área igual a $x^2 + 10x$, que é exatamente o que temos antes da igualdade da equação. Lembrem que essa área também é igual a 39, já que $x^2 + 10x = 39$. Completando a figura de forma que tenhamos um grande quadrado, teremos:



- Observem que:

1. esse novo quadrado possui área igual a $(x + 5)^2$, pois cada um de seus lados mede $(x + 5)$;
2. essa área é a anterior (39) acrescentada de 25 ($4 \times \left(\frac{5}{2}\right)^2$). Logo, podemos concluir que:

$$
\begin{aligned}
&(x+5)^2 = 39 + 25 \\
&(x+5)^2 = 64 \\
&|x+5| = 8 \\
&x+5 = \pm\, 8 \\
&x_1 = 3 \\
&x_2 = -13
\end{aligned}
$$

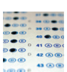
Referências

Livros

- MACHADO, F. et al. **Por que Báskhara?**. In: História e Educação Matemática, vol 2, no 2, jan/jun 2003, pp.119-166.
- PITOMBEIRA, J. B. **Revisitando uma velha conhecida.** Departamento de Matemática, PUC-Rio, 2004, pp. 1 – 41.
- REFATTI, L. R.; BISOGNIN, E. **Aspectos Históricos e Geométricos da Educação Quadrática**. Disc, Scientia. Série: ciências humanas e tecnológicas, s. Maria, vol 6, no 1, 2005, pp.79-95.

Imagens

- http://www.sxc.hu/photo/475767



- http://www.sxc.hu/photo/517386

Respostas das Atividades

Situação problema 1

Sabemos que: base x altura = área de um retângulo.

Logo, ao escrever o problema do papiro de Moscou em linguagem matemática atual, temos:

$$\frac{3}{4}x.x = 12$$
$$\frac{3}{4}x^2 = 12$$
$$\frac{3}{4}x^2.4 = 12.4$$
$$3x^2 = 48$$
$$\frac{3x^2}{3} = \frac{48}{3}$$
$$x^2 = 16$$
$$x = 4$$

Embora x = – 4 também seja uma solução possível para essa equação, não é uma resposta válida para o problema uma vez que não há medida negativa para a base de um retângulo. A solução é, portanto, apenas x = 4.

Atividade 1

Ao resolver as equações, você deve ter encontrado os seguintes resultados:

a. $2x^2 – 200 = 0$

$2x^2 = 200$

$x^2 = 200 / 2$

$x^2 = 100$

$x = 10$ ou $x = –10$

b. $5x^2 = 25 - 20$

$5x^2 = 5$

$x^2 = 5/5$

$x^2 = 1$

$x=1$ ou $x=-1$

Respostas das Atividades

c. $9x^2 - 18 = 0$

$9x^2 = 18$

$x^2 = 18/9$

$x^2 = 2$

$x = \sqrt{2}$ *ou* $x = -\sqrt{2}$

Atividade 2

Ao resolver as equações, você deve ter encontrado os seguintes resultados:

a. $3x^2 - x = 0$

$x.(3x - 1) = 0$

Como o produto de dois números reais só dá zero se um deles for zero, teremos:

$x = 0$

ou

$3x\text{-}1= 0 \rightarrow 3\,x =1 \rightarrow x = 1/3$

b. $2x^2 + 23x = 0$

$x.(2x + 23)=0$

$x = 0$

ou

$2x+23=0 \rightarrow 3x=-23 \rightarrow x=-23/3$

c. $5x^2 - 56x = 0$

$x.(5x - 56) = 0$

$x = 0$

ou

$5x\text{-}56 = 0 \rightarrow 5x = 56 \rightarrow x = 56/5$

Respostas das Atividades

Atividade 3

Ao resolver as equações, você deve ter encontrado os seguintes resultados:

a. $(x - 4)^2 = 0$

$x - 4 = 0$

$x = 4$

b. $(x + 5)^2 = 0$

$x + 5 = 0$

$x = -5$

c. $(x - 9)^2 = 0$

$x - 9 = 0$

$x = 9$

Atividade 4

Você deve ter encontrado os seguintes produtos notáveis:

$(x - 4)^2 = (x - 4).(x - 4) = x.x - 4.x + x.(-4) - 4.(-4) = x^2 - 4x - 4x + 16 = x^2 - 8x + 16$

$(x + 5)^2 = (x + 5).(x + 5) = x.x - 5.x + x.5 + 5.5 = x^2 + 5x + 5x + 25 = x^2 + 10x + 25$

$(x - 8)^2 = (x - 8).(x - 8) = x.x - 8.x + x.(-8) - 8.(-8) = x^2 - 8x - 8x + 64 = x^2 - 16x + 64$

Atividade 5

Utilizando as fatorações vistas anteriormente você deve ter encontrado os seguintes resultados:

$x^2 - 8x + 16 = 0$

$(x - 4)^2 = 0$

$x = 4$

$x^2 + 10x + 25 = 0$

$(x + 5)^2 = 0$

$x = -5$

$x^2 - 16x + 64 = 0$

$(x - 8)^2 = 0$

$x = 8$

Situação problema 2

Escrevendo o problema "ache o lado de um quadrado se a sua área subtraída pelo seu lado é igual a 870" em linguagem matemática atual, temos:

A equação pode ser escrita assim:

$x^2 - x = 870$

Ou

$x^2 - x - 870 = 0$

Logo,

$a = 1$

$b = -1$

$c = -870$

Substituindo esses valores na fórmula temos:

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4.1.(-870)}}{2.1}$$

Resolvendo

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 3480}}{2}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{3481}}{2}$$

$$x=\frac{1\pm 59}{2}\begin{cases} x_1=\dfrac{1+59}{2}=\dfrac{60}{2}=30 \\ x_2=\dfrac{1-59}{2}=\dfrac{-58}{2}=-24 \end{cases}$$

Como x é uma medida, apenas x = 30 pode ser solução para o problema.

Atividade 6

Utilizando a fórmula resolutiva da equação do segundo grau, você deve ter encontrado os seguintes resultados:

a. $x^2 - x - 2 = 0$

$$x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4.1.(-2)}}{2.1}$$

$$x=\frac{1\pm\sqrt{1+8}}{2.1}$$

$$x=\frac{1\pm\sqrt{9}}{2.1}$$

$$x=\frac{1\pm 3}{2}\begin{cases} x_1=\dfrac{1+3}{2}=\dfrac{4}{2}=2 \\ x_2=\dfrac{1-3}{2}=\dfrac{-2}{2}=-1 \end{cases}$$

$x_1 = 2$

$x_2 = -1$

b. $x^2 + 9x + 8 = 0$

$$x=\frac{-(9)\pm\sqrt{(9)^2-4.1.(8)}}{2.1}$$

$$x=\frac{-9\pm\sqrt{81-32}}{2.1}$$

$$x=\frac{-9\pm\sqrt{49}}{2.1}$$

$$x=\frac{-9\pm 7}{2}\begin{cases} x_1=\dfrac{-9+7}{2}=\dfrac{-2}{2}=-1 \\ x_2=\dfrac{-9-7}{2}=\dfrac{-16}{2}=-8 \end{cases}$$

$x_1 = -1$

$x_2 = -8$

Respostas das Atividades

c. $x^2 - x - 20 = 0$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4.1.(-20)}}{2.1}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 80}}{2.1}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{81}}{2.1}$$

$$x = \frac{1 \pm 9}{2} \begin{cases} x_1 = \frac{1+9}{2} = \frac{10}{2} = 5 \\ x_2 = \frac{1-9}{2} = \frac{-8}{2} = -4 \end{cases}$$

$x_1 = 5$

$x_2 = -4$

c. $x^2 - 8x + 7 = 0$

$$x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4.1.(7)}}{2.1}$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 28}}{2.1}$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{36}}{2.1}$$

$$x = \frac{8 \pm 6}{2} \begin{cases} x_1 = \frac{8+6}{2} = \frac{14}{2} = 7 \\ x_2 = \frac{8-6}{2} = \frac{2}{2} = 1 \end{cases}$$

$x_1 = 1$

$x_2 = 7$

d. $x^2 - 3x - 4 = 0$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4.1.(-4)}}{2.1}$$

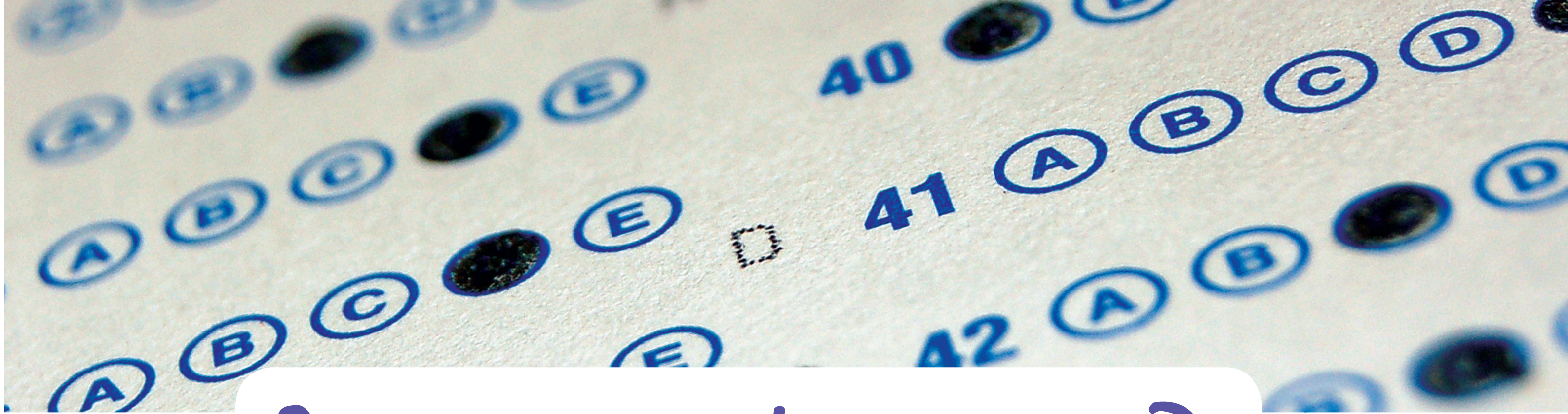
$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 16}}{2.1}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{2.1}$$

$$x = \frac{3 \pm 5}{2} \begin{cases} x_1 = \frac{3+5}{2} = \frac{8}{2} = 4 \\ x_2 = \frac{3-5}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \end{cases}$$

$x_1 = 4$

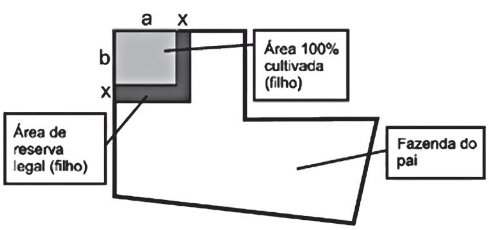
$x_2 = -1$



O que perguntam por aí?

Questão 1 (adaptada de ENEM 2009)

Questão 72



Um fazendeiro doa, como incentivo, uma área retangular de sua fazenda para seu filho, que está indicada na figura como 100% cultivada. De acordo com as leis, deve-se ter uma reserva legal de 20% de sua área total. Assim, o pai resolve doar mais uma parte para compor a reserva para o filho, conforme a figura.

De acordo com a figura acima, o novo terreno do filho cumpre a lei, após acrescentar uma faixa de largura x metros contornando o terreno cultivado, que se destinará à reserva legal (filho). O dobro da largura da faixa é aproximadamente:

Considere a = 300 m e b = 200 m.

a. 32 m

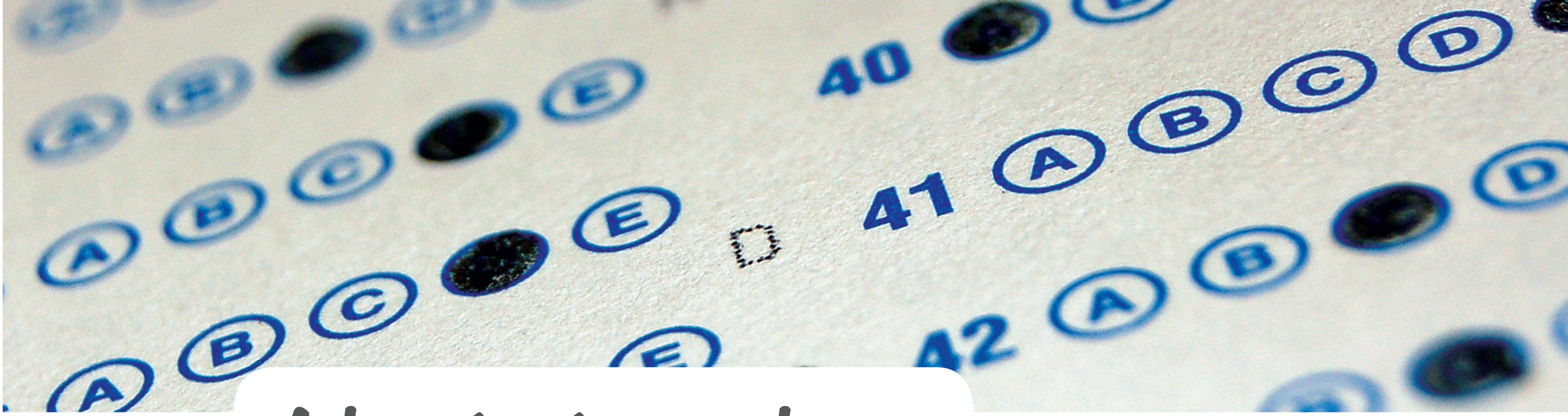
b. 40 m

c. 48 m

d. 56 m

e. 64 m

Resposta: Letra D



Atividade extra

Exercício 1

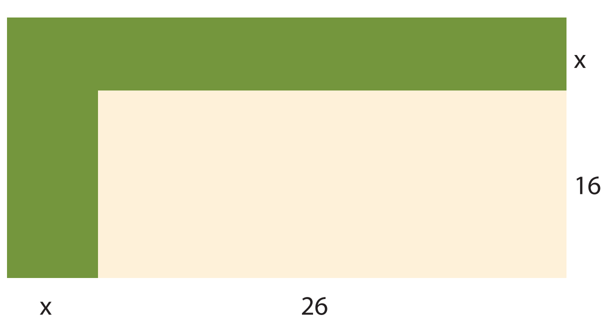
Em determinado retângulo que tem 54cm2 de área, o comprimento é expresso por (x – 1)cm, enquanto a largura é expressa por (x – 4)cm.

Qual o valor de x?

(a) 8 (b)10 (c) 12 (d) 15

Exercício 2

Um terreno retangular mede 26 m de comprimento e 16 m de largura. Conforme ilustra a figura, serão acrescentadas duas faixas de mesma largura. A área do terreno expandido é de 816 m^2.



Qual será a largura dessas faixas?

(a) 4 (b) 6 (c) 8 (d) 12

Exercício 3

Um grupo de amigos comprou um camarote no valor de R$ 1440, 00 para assistir a um *show*. Três dos amigos não puderam ir e o restante resolveu ratear o “prejuízo", pagando, cada um, R$ 40,00 a mais.

Quantas pessoas foram assistir o *show*?

(a) 6 (b) 9 (c) 10 (d) 12

Exercício 4

Uma mulher tinha 20 anos quando nasceu seu filho. Hoje, o produto das idades, menos a idade da mãe, é 100.

Qual a idade da mãe?

(a) 20 (b) 23 (c) 25 (d) 30

Exercício 5

A soma de um número negativo com seu quadrado é 2.

Que número é esse?

(a) –1 (b) –2 (c) –3 (d) –4

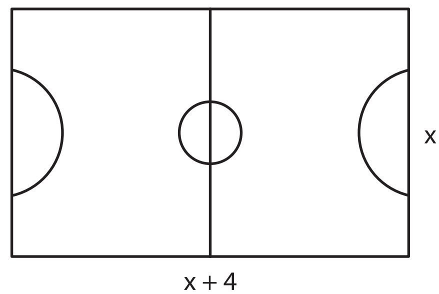
Exercício 6

Pai e filho tem hoje 45 e 15 anos, respectivamente. Há quantos anos a idade do pai era igual ao quadrado da idade do filho?

(a) 9 (b) 12 (c) 13 (d) 15

Exercício 7

A figura seguinte representa uma quadra retangular de futebol de salão. A área da quadra é de $117m^2$ e suas dimensões estão indicadas na figura. Deseja - se cercá-la com um alambrado que custa R$ 12,00 o metro linear.



Qual o custo do cercado?

(a) R$ 44,00 (b) R$ 88,00 (c) R$ 406,00 (d) R$ 528,00

Exercício 8

Um retângulo possui um perímetro de 50 cm e uma área de 150 cm^2. Quais são as dimensões desse retângulo?

(a) 15cm × 10cm (b) 20cm × 5cm (c) 12cm × 3cm (d) 10cm × 12cm

Exercício 9

Um homem quer construir uma casa de 8m por 10m. A legislação do município só permite construir, nesse loteamento em 20% da área do terreno. Todos os terrenos são quadrados.

Quais serão as medidas do terreno para construir a casa desejada?

(a) 20m × 20m (b) 40m × 40m (c) 25m × 25m (d) 30cm × 30m

Exercício 10

Um terreno retangular de área 875m^2 tem o comprimento excedendo em 10 metros a largura.

Qual a equação que representa o problema acima?

(a) $x^2 + 10x - 875 = 0$ (c) $x^2 - 10x + 875 = 0$

(b) $x^2 + 10x + 875 = 0$ (d) $x^2 + 875 - 10 = 0$

Exercício 11

Foram utilizados 2000 azulejos quadrados de lado x metros para revestir $45m^2$ de parede.

Qual é a medida do lado de cada azulejo?

Exercício 12

Um objeto foi lançado do topo de um edifício de 84m de altura. Sabe-se que a expressão matemática do 2 grau d(t) = 5t2 + 32t representa o movimento de queda livre do corpo.

Quanto tempo ele levou para chegar ao chão?

Exercício 13

O movimento de um projétil, lançado para cima verticalmente, é descrito pela equação $y(x) = -40x^2 + 200x$, onde y é a altura, em metros, atingida pelo projétil x segundos após o lançamento.

Qual tempo gasto por esse projétil ao atingir o solo?

Exercício 14

Uma mesa de sinuca de R$ 360,00 devia ser comprada por um grupo de rapazes que contribuíam em partes iguais. Como quatro deles desistiram, a quota de cada um dos outros ficou aumentada de R$ 15,00.

Quantos eram os rapazes?

Exercício 15

Duas torneiras enchem um tanque juntas, em 6 horas. A primeira gasta 5 horas mais do que a segunda para fazê-lo sozinha.

Quanto tempo gastará, isoladamente, a segunda para encher o tanque?

Gabarito

Exercício 1

A	B	C	D
○	●	○	○

Exercício 2

A	B	C	D
○	○	●	○

Exercício 3

A	B	C	D
○	○	○	●

Exercício 4

A	B	C	D
○	○	●	○

Exercício 5

A	B	C	D
○	●	○	○

Exercício 6

A	B	C	D
●	○	○	○

Exercício 7

A B C D

○ ○ ○ ●

Exercício 8

A B C D

● ○ ○ ○

Exercício 9

A B C D

● ○ ○ ○

Exercício 10

A B C D

● ○ ○ ○

Exercício 11

15 cm.

Exercício 12

2 segundos.

Exercício 13

5 segundos.

Exercício 14

12 rapazes.

Exercício 15

10 horas.