

**CEJA** >>

**CENTRO DE EDUCAÇÃO**  
de JOVENS e ADULTOS

# **MATEMÁTICA**

e suas **TECNOLOGIAS** >>

Edição revisada 2016

**Fascículo 11**  
Unidades 34, 35 e 36

GOVERNO DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

Governador  
**Luiz Fernando de Souza Pezão**

Vice-Governador  
**Francisco Oswaldo Neves Dornelles**

---

SECRETARIA DE ESTADO DE CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO

---

Secretário de Estado  
**Gustavo Reis Ferreira**

---

SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO

---

Secretário de Estado  
**Antônio José Vieira de Paiva Neto**

---

FUNDAÇÃO CECIERJ

---

Presidente  
**Carlos Eduardo Bielschowsky**

---

PRODUÇÃO DO MATERIAL CEJA (CECIERJ)

---

Coordenação Geral de Design Instrucional <b>Cristine Costa Barreto</b>	Atividade Extra <b>Benaia Sobreira de Jesus Lima</b> <b>Carla Fernandes e Souza</b> <b>Diego Mota Lima</b> <b>Paula Andréa Prata Ferreira</b> <b>Vanessa de Albuquerque</b>	Imagem da Capa e da Abertura das Unidades <a href="http://www.sxc.hu/photo/789420">http://www.sxc.hu/photo/789420</a> Diagramação <b>Alessandra Nogueira</b> <b>Carlos Eduardo Vaz de Oliveira</b> <b>Juliana Fernandes</b>
Coordenação de Matemática <b>Agnaldo da C. Esquinca</b> <b>Gisela M. da F. Pinto</b> <b>Heitor B. L. de Oliveira</b>	Coordenação de Design Instrucional <b>Flávia Busnardo</b> <b>Paulo Miranda</b>	Ilustração <b>Bianca Giacomelli</b> <b>Clara Gomes</b> <b>Fernando Romeiro</b> <b>Jefferson Caçador</b> <b>Sami Souza</b>
Revisão de conteúdo <b>José Roberto Julianelli</b> <b>Luciana Getirana de Santana</b>	Design Instrucional <b>Rommulo Barreiro</b> <b>Letícia Terreri</b>	Produção Gráfica <b>Verônica Paranhos</b>
Elaboração <b>Cléa Rubinstein</b> <b>Daniel Portinha Alves</b> <b>Heitor B. L. de Oliveira</b> <b>Leonardo Andrade da Silva</b> <b>Luciane de P. M. Coutinho</b> <b>Maria Auxiliadora Vilela Paiva</b> <b>Raphael Alcaires de Carvalho</b> <b>Rony C. O. Freitas</b> <b>Thiago Maciel de Oliveira</b>	Revisão de Língua Portuguesa <b>Paulo Cesar Alves</b> Coordenação de Produção <b>Fábio Rapello Alencar</b> Capa <b>André Guimarães de Souza</b> Projeto Gráfico <b>Andreia Villar</b>	

# Sumário

**Unidade 34 | Probabilidade 2** **5**

---

**Unidade 35 | Estatística: tabelas e gráficos** **31**

---

**Unidade 36 | Estatística: medidas de centralidade e de dispersão** **67**

---

# Prezado(a) Aluno(a),

Seja bem-vindo a uma nova etapa da sua formação. Estamos aqui para auxiliá-lo numa jornada rumo ao aprendizado e conhecimento.

Você está recebendo o material didático impresso para acompanhamento de seus estudos, contendo as informações necessárias para seu aprendizado e avaliação, exercício de desenvolvimento e fixação dos conteúdos.

Além dele, disponibilizamos também, na sala de disciplina do CEJA Virtual, outros materiais que podem auxiliar na sua aprendizagem.

O CEJA Virtual é o Ambiente virtual de aprendizagem (AVA) do CEJA. É um espaço disponibilizado em um site da internet onde é possível encontrar diversos tipos de materiais como vídeos, animações, textos, listas de exercício, exercícios interativos, simuladores, etc. Além disso, também existem algumas ferramentas de comunicação como chats, fóruns.

Você também pode postar as suas dúvidas nos fóruns de dúvida. Lembre-se que o fórum não é uma ferramenta síncrona, ou seja, seu professor pode não estar online no momento em que você postar seu questionamento, mas assim que possível irá retornar com uma resposta para você.

Para acessar o CEJA Virtual da sua unidade, basta digitar no seu navegador de internet o seguinte endereço:  
<http://cejarj.cecierj.edu.br/ava>

Utilize o seu número de matrícula da carteirinha do sistema de controle acadêmico para entrar no ambiente. Basta digitá-lo nos campos "nome de usuário" e "senha".

Feito isso, clique no botão "Acesso". Então, escolha a sala da disciplina que você está estudando. Atenção! Para algumas disciplinas, você precisará verificar o número do fascículo que tem em mãos e acessar a sala correspondente a ele.

Bons estudos!



# Probabilidade 2

Fascículo 11  
Unidade 34



# Probabilidade 2

## Para início de conversa..

Na unidade anterior observamos uma introdução ao estudo das probabilidades. Como exemplos, utilizamos o lançamento de moedas e de dados dentro de um espaço amostral, que é uma situação comum em nosso cotidiano.

Uma atividade bastante também muito corriqueira em nossos dias é o jogo de cartas.



Figura 1: Cartas de um baralho.

Observe que nos exemplos e atividades resolvidos na unidade anterior não havia dependência entre as escolhas, isto é, foram feitas escolhas sobre a moeda lançada, sobre o dado lançado e assim por diante. São escolhas simples, onde uma decisão não depende da outra. Por exemplo, podemos verificar a probabilidade de escolher uma carta de naipe vermelho em um baralho.



**Figura 2:** Naipes de um baralho.

Como são 52 cartas e metade delas tem o naipe vermelho, teremos uma probabilidade de cinquenta por cento.

Todavia, existem algumas situações onde os acontecimentos ficam dependentes uns dos outros. Nesta unidade iremos estudar estes casos, ou seja, quando existe mais de uma condição a ser avaliada ao determinarmos a probabilidade de um evento acontecer.

## Objetivos de aprendizagem

- Resolver problemas que envolvem probabilidade da união de eventos.
- Probabilidade de eventos complementares.
- Descrever o conceito de probabilidade Condicional.

## Seção 1

### Vamos lançar moedas e dados novamente e resolver alguns problemas diferentes?

Vimos na aula passada como é interessante pensar sobre probabilidades utilizando moedas e dados, não é verdade? Então, vamos continuar utilizando estes objetos como referência para o nosso aprendizado, além de cartas e outros problemas que não envolvam jogos também.

#### Probabilidade da união de dois eventos

Vamos resolver um problema que consiste em descobrir a probabilidade de, no lançamento de dois dados, ocorrer a soma dos números obtidos nas faces superiores ser igual a 6 **ou** ocorrer um múltiplo de 3 em cada uma das faces superiores.



Inicialmente poderíamos pensar que bastaria calcularmos a probabilidade de ocorrer a soma igual 6, que, como já vimos na aula anterior seria de  $\frac{5}{36}$  e somar com a probabilidade de ocorrer um múltiplo de 3 em cada face superior, que seria de  $\frac{4}{36}$  (visto que este evento: “ocorrer um múltiplo de 3 em cada face superior” têm 4 elementos:  $\{(3,3), (3,6), (6,3), (6,6)\}$  e o número de elementos do espaço amostral, como vimos na aula anterior é 36), encontrando

$$\frac{5}{36} + \frac{4}{36} = \frac{9}{36}.$$

Mas, quando refletimos melhor sobre essa resposta, podemos observar que não é a solução correta, visto que utilizamos o “elemento” (3,3) em ambos os eventos, pois a soma dos números é igual a 6 e também cada um dos números é um múltiplo de 3. Portanto, a resposta correta seria  $\frac{8}{36}$ .

Na seção 2, veremos de uma forma um pouco mais formal, o porquê desta retirada.



## CONHECENDO UM BARALHO

### Baralho francês de 52 cartas

O principal baralho de 52 cartas em uso atualmente inclui 13 cartas de cada um dos quatro naipes franceses, paus (♣), ouros (♦), copas (♥) e espadas (♠), com cartas de figuras. Cada naipe inclui um ás, que descreve um único símbolo de seu naipe (muito grande, muitas vezes apenas o ás de espadas) um rei (representado pela letra K), uma rainha (representada pela letra Q), e um valete (representado pela letra J), cada um representado com um símbolo de seu naipe, com valores de dois a dez, com cada cartão mostrando o número de símbolos de seu naipe. Para além destas 52 cartas, baralhos comerciais geralmente incluem dois coringas. Em muitos jogos, os coringas não são usados. Os coringas são geralmente distinguidos pela cor.

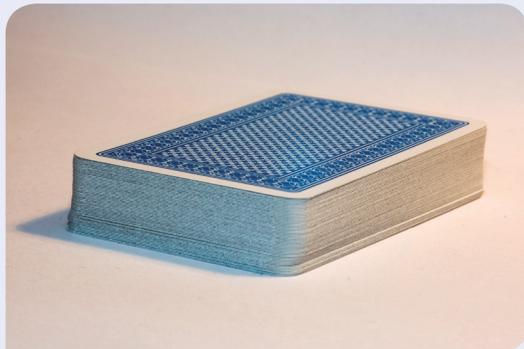
### Baralho francês de 52 cartas

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Valete	Dama	Rei
Paus													
Ouros													
Copas													
Espadas													

Este baralho é muito utilizado em problemas de probabilidades, assim como em diversos jogos, que podem utilizar probabilidade, como é o caso do poker.

Fonte: (retirado do site: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Baralho>)

## Probabilidade e baralho.



De um baralho de 52 cartas, uma é extraída ao acaso. Qual é a probabilidade de sair:

- Um valete de paus?
- Um quatro?
- Uma carta de copas?
- Um rei ou uma carta de espadas?

Lembre-se:  
faça em uma  
folha à parte

## Probabilidade de eventos complementares

Já estudamos anteriormente que um evento é qualquer subconjunto de um espaço amostral  $\Omega$ . Por exemplo, se em uma urna há 10 fichas numeradas de 1 a 10, o experimento "retirar um número menor que 5" é dado por  $E = \{1, 2, 3, 4\}$ . Chamamos de evento complementar de  $E$  àquele que ocorrerá somente quando  $E$  não ocorrer, neste caso, "o número retirado ser maior ou igual a 5". Representaremos por  $E^c = \{6, 7, 8, 9, 10\}$ . Observemos ainda que  $E \cup E^c = \Omega$  e que  $E \cap E^c = \emptyset$

Uma propriedade interessante de um espaço amostral finito e equiprovável  $\Omega$  é que: Se  $E$  é um evento de  $\Omega$ , e  $E^c$  é o evento complementar de  $E$ , então  $P(E^c) = 1 - P(E)$ .

Podemos verificar a veracidade desta afirmação de maneira simples! Como  $E \cup E^c = \Omega$  e  $E \cap E^c = \emptyset$ , podemos escrever:

$$n(E) + n(E^c) = n(\Omega)$$

Dividindo os dois membros dessa igualdade por  $n(\Omega) \neq 0$ , temos:

$$\frac{n(E)}{n(\Omega)} + \frac{n(E^c)}{n(\Omega)} = \frac{n(\Omega)}{n(\Omega)} \Rightarrow P(E) + P(E^c) = 1.$$

Daí, chegamos na afirmação desejada.

Exemplo: De um baralho com 52 cartas, retiramos ao acaso, uma carta. Qual é a probabilidade de não sair um valete?

Como há 4 valetes no baralho, sabemos que a probabilidade de retirarmos um valete, ao acaso, é de  $4/52$ . Portanto, a probabilidade de não ocorrer um valete (evento complementar) é  $1 - 4/52 = 48/52$ , simplificando temos  $12/13$ .



### Retirando uma bola de uma urna

Uma urna contém 100 bolas numeradas de 1 a 100. Uma bola é extraída ao acaso da urna. Qual a probabilidade de ser sorteada uma bola com número menor ou igual a 99?

Lembre-se:  
faça em uma  
folha à parte

# Probabilidade condicional

## Condicional

1. Dependente de condição.
2. Que envolve condição, ou exprime circunstância de condição.
3. Gram Dizia-se do modo de verbo que enuncia o fato sob a dependência de uma condição; na N.G.B. desapareceu o modo condicional, que passou a denominar-se futuro do pretérito (simples e composto), enquadrado no modo indicativo.
4. Gram Qualificativo da conjunção subordinativa que liga exprimindo condição. sm 1 Condição. 2 Gram O modo condicional (V a acepção 3 do adj). sf Gram Conjunção subordinativa que introduz oração exprimindo uma hipótese ou condição necessária para que se realize ou não o que se expressa na principal: Se queres paz, defende-te. Eu não seria nada, caso você não existisse."

Fonte: <http://michaelis.uol.com.br/moderno/portugues/index.php?lingua=portugues-portugues&palavra=condicional>

Do verbete acima, podemos concluir que a probabilidade condicional é aquela que envolve algum tipo de condição. Geralmente pretendemos encontrar a probabilidade de um evento ocorrer "sabendo que" ou "dado que" já ocorreu algo. Por exemplo:

1. Um dado é lançado e sabe-se que a face superior tem um número ímpar. Qual é a probabilidade de que o número obtido seja primo?

### Solução:

Lembrando que um número é primo quando possui apenas dois divisores distintos, (1 e o próprio número) temos que, se chamarmos de G o evento: "obter um nº primo", teremos que  $G = \{3,5\}$ , visto que o 1 não é primo por possuir um só divisor.

Observe que, neste caso, o espaço amostral que iremos utilizar não é  $\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$ , pois já sabemos que na face superior tem um número ímpar, o que faz aumentar a nossa probabilidade, ou seja, utilizamos  $\Omega' = \{1,3,5\}$  como o

"novo" espaço amostral e, com isso, temos como resultado:  $P(G) = \frac{n(G)}{n(\Omega')} = \frac{2}{3}$ .

2. Uma família planejou ter 3 crianças. Qual é a probabilidade de que a família tenha 3 meninas, já que a primeira criança que nasceu é menina?

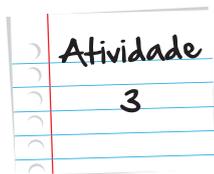


Considerando H como menino e M como menina, podemos considerar o espaço amostral relativo as possibilidades de nascimento como  $\Omega = \{HHH, HHM, HMH, HMM, MHH, MHM, MMH, MMM\}$ . Mas como já sabemos que a primeira criança que nasceu é menina, o espaço amostral considerado deve ficar restrito às possibilidades onde o primeiro nascimento é menina, ou seja,  $\Omega' = \{MHH, MHM, MMH, MMM\}$ .

Como queremos encontrar a probabilidade de que a família tenha 3 meninas, o evento K: "nascer três meninas": {MMM}.

Daí,  $P(K) = \frac{1}{4}$ .

Novamente, ressalto aqui, que na próxima seção aprenderemos uma fórmula para calcular a probabilidade condicional, mas fique a vontade para utilizá-la quando desejar ou então resolva os problemas sem ela como fizemos nestes dois exemplos.



### Lançando dados, novamente!

Jogam-se dois dados. Qual é a probabilidade de se obter 3 no primeiro dado, se a soma dos resultados é 6?

Lembre-se:  
faça em uma  
folha à parte

## Seção 2

### Vamos rever alguns problemas de uma maneira diferente?

Nesta seção veremos de uma forma um pouco diferente o que estudamos até agora nesta aula. Vamos lá!

#### Sobre a probabilidade da união de dois eventos:

Sejam A e B eventos de um mesmo espaço amostral  $\Omega$  finito, não vazio e equiprovável (se esqueceu o que é, volta na aula anterior, encontre e releia! Isso é sempre uma boa atividade). Vamos encontrar uma expressão para a probabilidade de ocorrer o evento A ou o evento B, ou seja, a probabilidade de ocorrer o evento  $A \cup B$ . (observem que o operador **ou** está relacionado a união  $\cup$ , assim como o operador **e** está relacionado com a intersecção  $\cap$ .)

Vimos na teoria dos conjuntos que  $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

Lembrando que como  $\Omega$  é um evento equiprovável, teremos  $n(\Omega) \neq \phi$ , assim podemos dividir toda a expressão acima por  $n(\Omega)$ , o que nos permite achar a equação

$$\frac{n(A \cup B)}{n(\Omega)} = \frac{n(A)}{n(\Omega)} + \frac{n(B)}{n(\Omega)} - \frac{n(A \cap B)}{n(\Omega)}$$

Sabemos que a probabilidade de um evento é determinada pela razão entre o número de possibilidades do evento e o espaço amostral. Assim teremos:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Caso esta interseção ( $A \cap B$ ) seja vazia, teremos:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Bem, definida esta equação, voltemos ao problema que já resolvemos na seção 1.1: descobrir a probabilidade de no lançamento de dois dados ocorrer a soma dos números obtidos nas faces superiores ser igual a 6 ou ocorrer um múltiplo de 3 em cada uma das faces superiores.

Seja A o evento “ocorrer a soma 6” e o evento B: “ocorrer um múltiplo de 3 em cada uma das faces”. Queremos descobrir  $P(A \cup B)$ .

Temos que  $A: \{(1,5), (2,4), (3,3), (4,2) \text{ e } (5,1)\} \gg n(A)=5$

$B: \{(3,3), (3,6), (6,3), (6,6)\} \gg n(B)=4$

$A \cap B: \{(3,3)\} \gg n(A \cap B)=1$

Como estamos trabalhando com o lançamento de dois dados, sabemos que o total de possibilidades é  $n(\Omega)=36$ .

Como, acabamos de ver que  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ , calculando as probabilidades temos que:

$$P(A) = n(A) / n(\Omega) = 5/36$$

$$P(B) = n(B) / n(\Omega) = 4/36$$

$$P(A \cap B) = n(A \cap B) / n(\Omega) = 1/36$$

Daí,  $P(A \cup B) = 5/36 + 4/36 - 1/36 = 8/36$ , que é a resposta que encontramos anteriormente.

## Sobre a probabilidade condicional:

Definição: Sejam A e B eventos de um espaço amostral  $\Omega$ , finito e não vazio. A probabilidade condicional do evento A, sabendo que ocorreu o evento B, é indicada por  $P(A|B)$  e é dada por:

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$$

Ou seja, a probabilidade condicional do evento A, sabendo que ocorreu o evento B é igual ao número de elementos da interseção de A com B dividido pelo número de elementos de B.

Podemos chegar numa expressão equivalente a esta dividindo o numerador e o denominador do 2º membro por  $n(\Omega)$ :

$$P(A|B) = \frac{\frac{n(A \cap B)}{n(\Omega)}}{\frac{n(B)}{n(\Omega)}} = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Voltemos ao problema "1) Um dado é lançado e sabe-se que a face superior tem um número ímpar. Qual é a probabilidade de que o número obtido seja primo?" e resolvamos com a fórmula obtida.

Chamando de evento A: "o número obtido deve ser primo" e o evento B: "o número da face superior é ímpar". Queremos encontrar  $P(A|B)$ , visto que queremos encontrar a probabilidade do número ser primo sabendo que o nº da face superior é ímpar, correto? Sim! Então vamos continuar...

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \ggggg n(\Omega) = 6$$

$$A = \{2, 3, 5\}$$

$$B = \{1, 3, 5\} \gggggggggg n(B) = 3$$

$$A \cap B = \{3, 5\} \gggggggggg n(A \cap B) = 2$$

Daí, temos que:

$$P(A \cap B) = n(A \cap B) / n(\Omega) = 2/6$$

$$P(B) = n(B) / n(\Omega) = 3/6$$

$$\text{Portanto, } P(A|B) = \frac{\frac{2}{6}}{\frac{3}{6}} = \frac{2}{6} \cdot \frac{6}{3} = \frac{2}{3}$$

Que foi a mesma resposta que encontramos fazendo sem a fórmula.

### Sobre o sexo dos filhos...

Refaça a atividade: “Uma família planejou ter 3 crianças. Qual é a probabilidade de que a família tenha 3 meninas, já que a primeira criança que nasceu é menina?”, utilizando a fórmula.



Anote suas  
respostas em  
seu caderno

## Conclusão

Como observamos, algumas probabilidades são encontradas de forma simples, enquanto em outras há a presença da condicionalidade. Nestes casos é preciso verificar cada situação a parte.

Podemos utilizar as fórmulas definidas nesta unidade, todavia a resolução pode ser feita de maneira analítica, sem a preocupação em decorar estas equações pré determinadas.

## Resumo

- A soma das probabilidades de um evento com seu complementar é igual a um.  $P(E) + P(E^c) = 1$
- Na probabilidade da união de dois eventos temos:  
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$
- Caso a interseção de A e B seja vazia, teremos  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ .
- Na probabilidade condicional temos  $P(A|B) = P(A \cap B) / P(B)$ .

# Veja ainda

No site <http://www.youtube.com/watch?v=YP9ogKGvk4w> é possível acompanhar uma aula de probabilidade condicional com a resolução de exercícios.

## Referências

### Livros

- IEZZI, Gelso, et al. *Matemática Ciência e Aplicações*. 6ª edição, vol2. São Paulo, 2010. 320 páginas.
- MORGADO, Augusto Cesar de Oliveira. *Análise Combinatória e Probabilidade*, 2ª edição, Rio de Janeiro, 2001.

### Imagens



- [http://t1.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcSqxRAUe0SL5PCvqGPBp\\_8w2bA1oGH0TzKytXt2j9SKOYommPFn](http://t1.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcSqxRAUe0SL5PCvqGPBp_8w2bA1oGH0TzKytXt2j9SKOYommPFn)



- [http://t1.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcSkURIN\\_uKjmBJZqc89g9hsEdmJ8xHh-CJC8Sv0LqsNGGdA549g](http://t1.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcSkURIN_uKjmBJZqc89g9hsEdmJ8xHh-CJC8Sv0LqsNGGdA549g)



- <http://www.sxc.hu/photo/1256359>



- <http://pt.wikipedia.org/wiki/Baralho>



- <http://www.sxc.hu/photo/739150>



- <http://www.sxc.hu/photo/799819>



- <http://www.sxc.hu/photo/1394373>



- <http://www.sxc.hu/photo/517386>

## Atividade 1

Observem que  $n(\Omega) = 52$ , visto que é o nº total de cartas de um baralho. Daí:

- a. Sendo A o evento: “sair um valete de paus”, teríamos  $n(A)=1$ , visto que só há um

$$\text{valete de paus e, portanto, } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{52} \cong 1,9\%$$

- b. Sendo B o evento: “sair um quatro”, teríamos  $n(B)=4$ , visto que temos 4 naipes e

$$\text{um quatro de cada naipe. Portanto } \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{4}{52} \cong 7,6\% .$$

- c. Sendo C o evento: “sair uma carta de copas”, teríamos  $n(C)=13$ , visto que temos

$$13 \text{ cartas de cada um dos 4 naipes e, portanto, } \frac{n(C)}{n(\Omega)} = \frac{13}{52} = 25\% .$$

Sabemos que a probabilidade de sair um rei é a mesma de ocorrer um quatro, ou seja,  $4/52$ , e a probabilidade de sair uma carta de espadas é a mesma de sair uma carta de copas, ou seja, é de,  $13/52$ . Somando essas duas probabilidades temos,  $17/52$ , mas temos que retirar a probabilidade de sair um rei de espadas, pois o contamos duas vezes, ou seja, temos que retirar  $1/52$ , encontrando como resposta  $16/52$ .

## Atividade 2

Se considerarmos o evento L: “sortear uma bola com número menor ou igual a 99”, vemos claramente que é mais simples encontrar o seu evento complementar  $L^c$ : “sortear uma bola com número maior que 99”, visto que  $n(L^c)=1$ , pois só temos o 100 maior que 99 na urna. Como  $n(\Omega)=100$ . Temos que  $P(L) = 1 - P(L^c)$ , ou seja  $P(L) = 1 - 1/100 = 99/100$ .

## Atividade 3

Jogam-se dois dados. Qual é a probabilidade de se obter 3 no primeiro dado, se a soma dos resultados é 6?

Sabemos que a soma dos resultados é igual a 6. Portanto nosso  $\Omega' = \{(1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1)\}$ . Bem, nosso evento F: “obter 3 no primeiro resultado”:  $\{(3,3)\}$  e portanto a probabilidade procurada é  $P(F) = n(F)/n(\Omega) = 1/5$ .





#### Atividade 4

Temos que  $\Omega = \{HHH, HHM, HMH, HMM, MHH, MHM, MMH, MMM\}$ ,  $n(\Omega) = 8$

Chamando de A: "família ter 3 meninas" e B: "a primeira criança que nasceu é menina", temos:

$$A = \{MMM\}$$

$$B = \{MHH, MHM, MMH, MMM\} \implies n(B) = 4$$

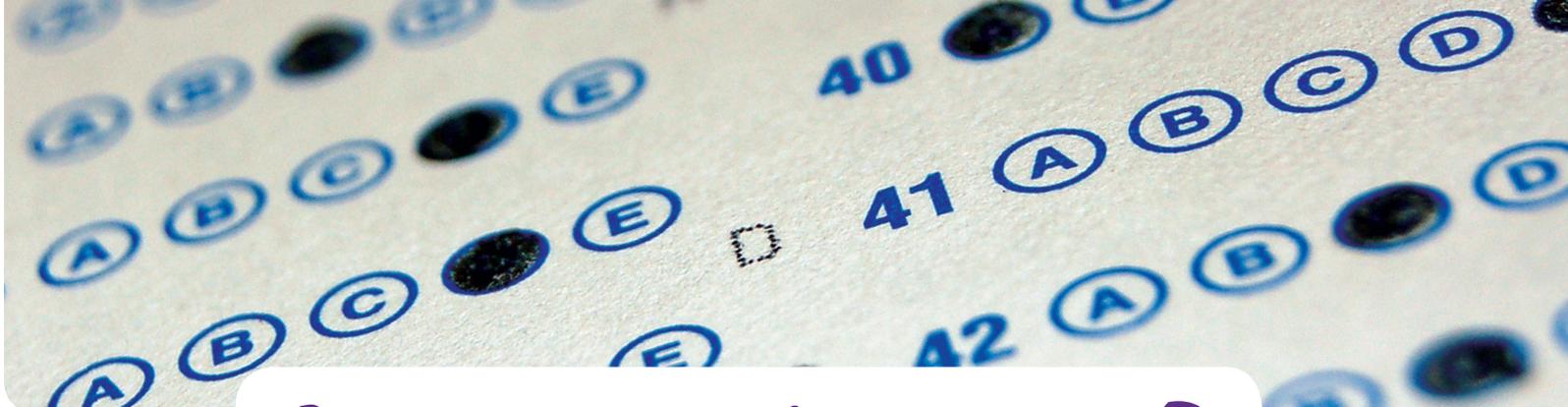
$$A \cap B = \{MMM\} \implies n(A \cap B) = 1$$

Daí, temos que:

$$P(A \cap B) = n(A \cap B) / n(\Omega) = 1/8$$

$$P(B) = n(B) / n(\Omega) = 4/8$$

$$\text{Portanto, } P(A|B) = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{4}{8}} = \frac{1}{8} \cdot \frac{8}{4} = \frac{1}{4} = 25\%$$



# O que perguntam por aí?

## (ENEM -2012)

José, Paulo e Antônio estão jogando dados não viciados, nos quais, em cada uma das seis faces, há um número de 1 a 6. Cada um deles jogará dois dados simultaneamente. José acredita que, após jogar seus dados, os números das faces voltadas para cima lhe darão uma soma igual a 7. Já Paulo acredita que sua soma será igual a 4 e Antônio acredita que sua soma será igual a 8.

Com essa escolha, quem tem a maior probabilidade de acertar sua respectiva soma é

- Antônio, já que sua soma é a maior de todas as escolhidas.
- José e Antônio, já que há 6 possibilidades tanto para a escolha de José quanto para a escolha de Antônio, e há apenas 4 possibilidades para a escolha de Paulo.
- José e Antônio, há que há 3 possibilidades tanto para a escolha de José quanto para a escolha de Antônio, e há apenas 2 possibilidades para a escolha de Paulo.
- José, já que há 6 possibilidades para formar sua soma, 5 possibilidades para formar a soma de Antônio e apenas 3 possibilidades para formar a soma de Paulo.
- Paulo, já que sua soma é a menor de todas.

**Resposta:** Letra D.

### Comentário:

Vimos na aula passada, o quadro do lançamento de dois dados:

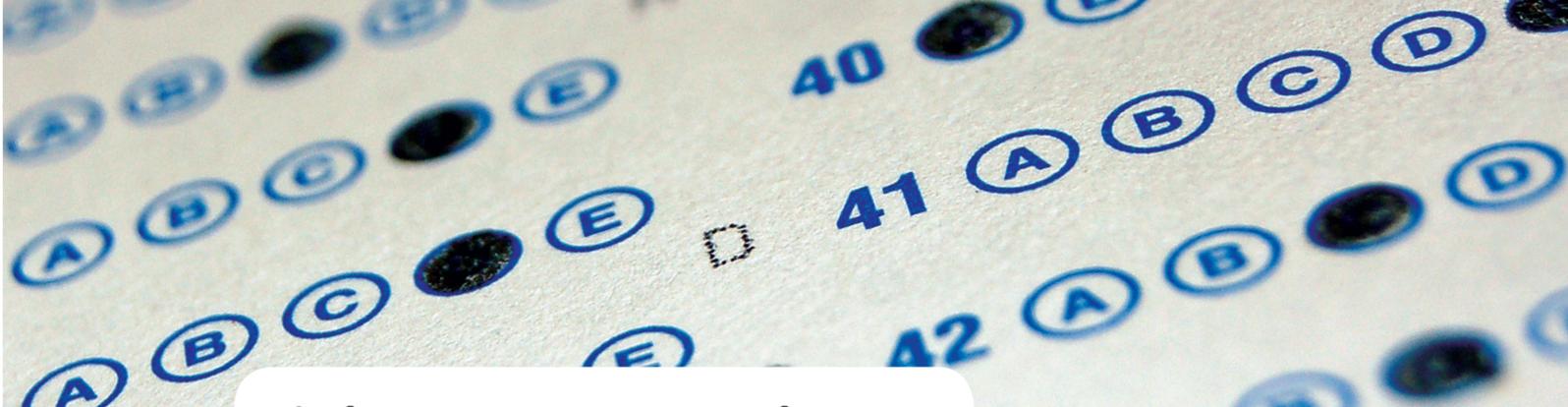
	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)

4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

Que fazendo a soma dos números que aparecem na face superior, gerou o quadro:

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Onde podemos observar, facilmente, que a soma 7 aparece 6 vezes, a soma 4 aparece apenas 3 vezes e a soma 8 aparece 5 vezes. Portanto quem tem a maior possibilidade de acertar é José, pois a soma 7 é a que aparece maior número de vezes no nosso quadro da soma.



# Atividade extra

## Exercício 1

Um teste de múltipla escolha e composto de 12 questões, com 5 alternativas de resposta, sendo que somente uma, é correta.

Qual a probabilidade de uma pessoa, marcando aleatoriamente as 12 questões, acertar metade das respostas?

- (a) 1,55%                      (b) 1,35%                      (c) 1,25%                      (d) 1,05%

## Exercício 2

Lançando dois dados perfeitos, pergunta-se:

Qual a probabilidade de que a soma dos resultados obtidos seja igual a 6?

- (a) 15,86%                      (b) 13,88%                      (c) 12,68%                      (d) 10,88%

## Exercício 3

Em uma urna existem bolas enumeradas de 1 a 15. Qualquer uma delas possui a mesma chance de ser retirada.

Qual a probabilidade de se retirar uma bola com número par?

- (a) 40,3%                      (b) 38,4%                      (c) 43,6%                      (d) 46,6%

## Exercício 4

Em uma urna há 5 bolas verdes, numeradas de 1 a 5, e 6 bolas brancas, numeradas de 1 a 6. Dessa urna retiram-se, sucessivamente e sem reposição, duas bolas.

Quantas são as extrações nas quais a primeira bola sacada é verde e a segunda contém um número par?

- (a) 15                      (b) 20                      (c) 23                      (d) 25

## Exercício 5

Em uma mesa, estão espalhados 50 pares de cartas. As duas cartas de cada par são iguais e cartas de pares distintos são diferentes. Suponha que duas dessas cartas são retiradas da mesa ao acaso.

Qual a probabilidade dessas duas cartas serem iguais?

- (a)  $1/100$                       (b)  $1/99$                       (c)  $1/50$                       (d)  $1/49$

## Exercício 6

Considere uma prova constituída de quatro questões cada uma com quatro alternativas, das quais apenas uma é correta. Um candidato decide fazer essa prova escolhendo, aleatoriamente, uma alternativa em cada questão.

Qual a probabilidade desse candidato acertar exatamente uma questão?

- (a)  $27/64$                       (b)  $27/256$                       (c)  $9/64$                       (d)  $9/256$

## Exercício 7

Em um jogo de bingo são sorteadas, sem reposição, bolas numeradas de 1 a 75, e um participante concorre com a cartela reproduzida abaixo.

Bingo				
5	18	33	48	64
12	21	31	51	68
14	30		60	71
13	16	44	46	61
11	27	41	49	73

Qual é a probabilidade de que os três primeiros números sorteados estejam nessa cartela?

- (a) 1%                      (b) 2%                      (c) 3%                      (d) 4%

## Exercício 8

Em uma empresa, o risco de alguém se acidentar é dado pela razão 1 em 30.

Qual a probabilidade de 3 funcionários se acidentarem?

- (a) 0,0037%                      (b) 0,0011%                      (c) 0,0017%                      (d) 0,0027%

## Exercício 9

Dois dados são lançados simultaneamente.

Qual a probabilidade de que a soma seja 7?

- (a) 18,84%                      (b) 16,66%                      (c) 14,22%                      (d) 12,88%

## Exercício 10

Ao retirarmos uma bola de uma urna que contém 20 bolas numeradas de 1 a 20.

Qual a probabilidade de a bola ser um número múltiplo de 3 ou ser primo?

- (a)  $13/20$                       (b)  $26/21$                       (c)  $13/10$                       (d)  $7/10$

## Exercício 11

Necessita-se organizar 3 livros de matemática, 2 de física e 4 de português em uma prateleira.

De quantas maneiras podemos ordená-los de modo que os livros da mesma área de conhecimento fiquem sempre juntos?

## Exercício 12

Numa pesquisa sobre preferência entre dois refrigerantes, Coca-Cola e guaraná, obtivemos o seguinte resultado: 20 tomam guaraná, 15 tomam Coca-Cola, 08 tomam os dois e 03 não tomam nenhum dos dois.

Qual a probabilidade de uma pessoa, que participou da pesquisa, tomar guaraná ou Coca-Cola?

## Exercício 13

Um aluno prestou vestibular em apenas duas universidades. Suponha que, em uma delas, a probabilidade de que ele seja aprovado é de 30%, enquanto na outra, pelo fato de a prova ter sido mais fácil, a probabilidade de sua aprovação sobe para 40%.

Qual a probabilidade desse aluno ser aprovado em pelo menos uma dessas universidades?

## Exercício 14

O quadro funcional de uma empresa é composto de 35 pessoas efetivas e 15 pessoas prestadoras de serviços. Do pessoal efetivo 20 são homens e do pessoal prestador de serviço 5 são mulheres.

Qual a probabilidade de uma pessoa ser homem ou prestar serviço?

## Exercício 15

Em uma população de aves, a probabilidade de um animal estar doente é  $1/25$ . Quando uma ave está doente, a probabilidade de ser devorada por predadores é  $1/4$ , e, quando não está doente, a probabilidade de ser devorada por predadores é  $1/40$ .

Escolhida uma ave aleatoriamente, qual a probabilidade de ela ser devorada por predadores?

# Gabarito

## Exercício 1

**A** **B** **C** **D**

## Exercício 2

**A** **B** **C** **D**

## Exercício 3

**A** **B** **C** **D**

## Exercício 4

**A** **B** **C** **D**

## Exercício 5

**A** **B** **C** **D**

## Exercício 6

**A** **B** **C** **D**

### Exercício 7

- A** **B** **C** **D**

### Exercício 8

- A** **B** **C** **D**

### Exercício 9

- A** **B** **C** **D**

### Exercício 10

- A** **B** **C** **D**

### Exercício 11

1728.

### Exercício 12

$5/6$ .

### Exercício 13

58%.

## Exercício 14

7/10.

## Exercício 15

3/4%.



