CEJA >>

CENTRO DE EDUCAÇÃO
de JOVENS e ADULTOS

MATEMÁTICA

e suas TECNOLOGIAS >>

Fascículo 5
Unidades 14, 15, 16 e 17

Edição revisada 2016

GOVERNO DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

Governador
Luiz Fernando de Souza Pezão

Vice-Governador
Francisco Oswaldo Neves Dornelles

SECRETARIA DE ESTADO DE CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO

Secretário de Estado
Gustavo Reis Ferreira

SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO

Secretário de Estado
Antônio José Vieira de Paiva Neto

FUNDAÇÃO CECIERJ

Presidente
Carlos Eduardo Bielschowsky

PRODUÇÃO DO MATERIAL CEJA (CECIERJ)

Coordenação Geral de Design Instrucional
Cristine Costa Barreto

Coordenação de Matemática
Agnaldo da C. Esquincalha
Gisela M. da F. Pinto
Heitor B. L. de Oliveira

Revisão de conteúdo
José Roberto Julianelli
Luciana Getirana de Santana

Elaboração
Cléa Rubinstein
Daniel Portinha Alves
Heitor B. L. de Oliveira
Leonardo Andrade da Silva
Luciane de P. M. Coutinho
Maria Auxiliadora Vilela Paiva
Raphael Alcaires de Carvalho
Rony C. O. Freitas
Thiago Maciel de Oliveira

Atividade Extra
Benaia Sobreira de Jesus Lima
Carla Fernandes e Souza
Diego Mota Lima
Paula Andréa Prata Ferreira
Vanessa de Albuquerque

Coordenação de Design Instrucional
Flávia Busnardo
Paulo Miranda

Design Instrucional
Rommulo Barreiro
Letícia Terreri

Revisão de Língua Portuguesa
Paulo Cesar Alves

Coordenação de Produção
Fábio Rapello Alencar

Capa
André Guimarães de Souza

Projeto Gráfico
Andreia Villar

Imagem da Capa e da Abertura das Unidades
http://www.sxc.hu/photo/789420

Diagramação
Alessandra Nogueira
Juliana Fernandes
Ricardo Polato

Ilustração
Bianca Giacomelli
Clara Gomes
Fernado Romeiro
Jefferson Caçador
Sami Souza

Produção Gráfica
Verônica Paranhos

Sumário

Prezado(a) Aluno(a),

Seja bem-vindo a uma nova etapa da sua formação. Estamos aqui para auxiliá-lo numa jornada rumo ao aprendizado e conhecimento.

Você está recebendo o material didático impresso para acompanhamento de seus estudos, contendo as informações necessárias para seu aprendizado e avaliação, exercício de desenvolvimento e fixação dos conteúdos.

Além dele, disponibilizamos também, na sala de disciplina do CEJA Virtual, outros materiais que podem auxiliar na sua aprendizagem.

O CEJA Virtual é o Ambiente virtual de aprendizagem (AVA) do CEJA. É um espaço disponibilizado em um site da internet onde é possível encontrar diversos tipos de materiais como vídeos, animações, textos, listas de exercício, exercícios interativos, simuladores, etc. Além disso, também existem algumas ferramentas de comunicação como chats, fóruns.

Você também pode postar as suas dúvidas nos fóruns de dúvida. Lembre-se que o fórum não é uma ferramenta síncrona, ou seja, seu professor pode não estar online no momento em que você postar seu questionamento, mas assim que possível irá retornar com uma resposta para você.

Para acessar o CEJA Virtual da sua unidade, basta digitar no seu navegador de internet o seguinte endereço: http://cejarj.cecierj.edu.br/ava

Utilize o seu número de matrícula da carteirinha do sistema de controle acadêmico para entrar no ambiente. Basta digitá-lo nos campos “nome de usuário” e “senha”.

Feito isso, clique no botão “Acesso”. Então, escolha a sala da disciplina que você está estudando. Atenção! Para algumas disciplinas, você precisará verificar o número do fascículo que tem em mãos e acessar a sala correspondente a ele.

Bons estudos!

Função Polinomial do 1º grau – Parte 2

Fascículo 5

Unidade 15

Fundação CECIERJ
Consórcio cederj

Função Polinomial do 1º grau – Parte 2

Para início de conversa...

Gráfico de jornal americano mostra como o mundo engordou nos últimos 30 anos

10 de fevereiro de 2011

O *site* do jornal americano The Washington Post publicou um **gráfico** interativo que revela como a população do planeta ganhou peso nos últimos 30 anos.

É possível inclusive ver a situação do Brasil. Basta selecionar o país numa lista que fica no canto direito. Homens e mulheres brasileiros hoje estão com sobrepeso.

Fonte: http://saude.abril.com.br/blogs/emagreca-com-saude/2011/02/10/grafico-de-jornal-americano-mostra-como-o-mundo-engordou-nos-ultimos-30-anos/

Você já reparou que todos os dias nos deparamos com inúmeras informações que envolvem gráficos?

Basta abrir um jornal, uma revista ou pesquisar na Internet que você perceberá que está imerso em um mundo rodeado de informações que são transmitidas através de gráficos.

Mas... você já parou para pensar o que representa um gráfico?

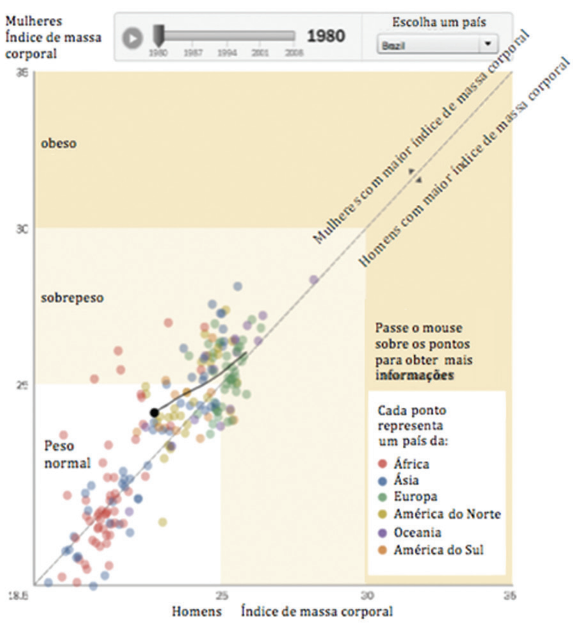
Gráfico

Expressa visualmente dados ou valores numéricos com objetivo de facilitar e dinamizar sua leitura.

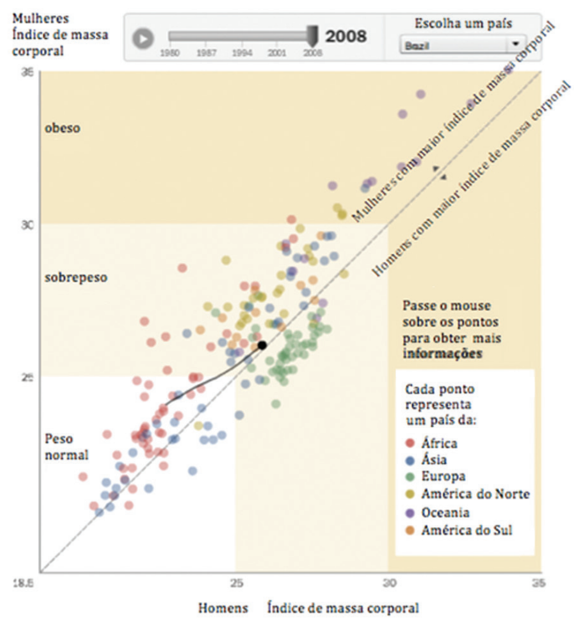
Na matéria do *site* que aparece no início desta unidade, ao clicar em gráfico interativo você pode fazer a simulação do índice de massa corporal de homens e mulheres do mundo inteiro de 1980 até 2008.

Vejamos a situação do Brasil:

Em 1980



Em 2008



IMC

(Índice de Massa Corporal) – fator para a avaliação do peso ideal dos indivíduos. É calculado através do quociente (divisão) entre a massa do indivíduo (em quilogramas) e o quadrado da sua altura (em metros). No site http://dab.saude.gov.br/nutricao/ , é possível calcular o seu IMC e saber se o seu peso é ou não ideal.

Atividade

Ao analisar esses dados, o que você pode concluir?

Anote suas respostas em seu caderno

Nesta unidade, continuaremos estudando as funções afins, entendendo como é possível representá-las por meio de gráficos.

Objetivos de Aprendizagem

- Interpretar gráficos de funções afins;
- Construir gráficos de funções afins;
- Resolver situações do dia a dia que envolvam gráficos de funções afins.

Seção 1
Funções em toda parte

No estudo das funções e da Matemática em geral, é sempre interessante que o estudante associe os conceitos estudados em sala com o seu cotidiano. A vivência de situações práticas constitui um importante apoio no processo ensino-aprendizagem, sendo facilitadora da assimilação de conteúdos. Por exemplo, imagine que você foi ao mercado comprar carne, que está em oferta, e decide comprar alcatra que está custando R$9,00 o quilo. Como determinar uma maneira de se calcular o valor a ser pago por uma quantidade qualquer de alcatra?

Como vimos na unidade anterior, esse tipo de problemática é resolvido através da função afim. Você já consegue facilmente perceber que ao multiplicarmos o preço da carne (R$9,00) pela quantidade de carne (em quilogramas) que queremos comprar, obteremos o valor total a ser pago, certo?

Desta maneira, podemos escrever $f(x) = 9x$ como a função que representa a situação descrita no problema: o valor total a ser pago $f(x)$ em função da quantidade x (em quilograma) de alcatra cujo quilograma custa 9 reais.

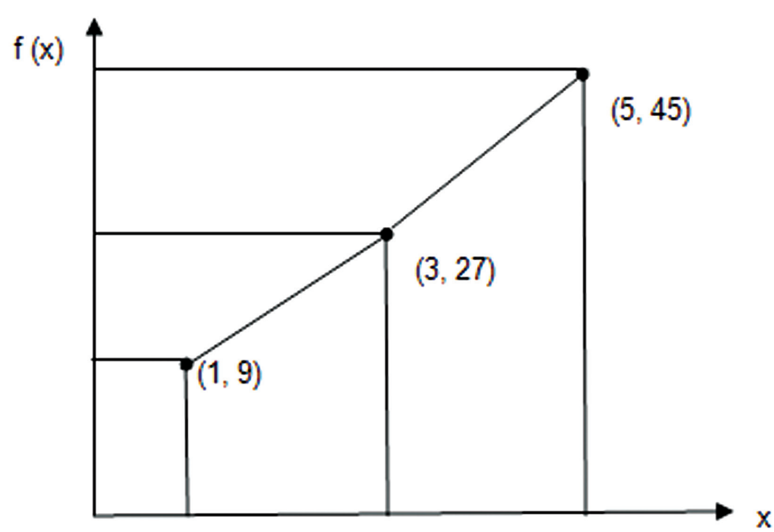
Você percebeu que estamos representando de duas formas distintas uma mesma situação real? Na primeira vez, descrevemos a situação em linguagem natural e na segunda, na forma de linguagem algébrica (através da função afim).

Além dessas duas maneiras, podemos também representar essa mesma situação, através da tabela de valores e através de gráfico.

x	f(x) = 9x
1 kg	R$ 9,00
3,5 kg	R$ 31,50
5,25 kg	R$ 47,25

Para construirmos uma tabela, basta escolhermos um valor para uma das variáveis (x ou f(x)) e determinarmos o valor da outra variável através da sua lei de formação (nesse caso f(x) = 9x). No nosso exemplo, analisando a 1ª linha temos: Se compramos 3,5 kg pagamos R$31,50 (9x3,5) pela carne ou, se pagamos R$31,50 pela carne significa que estamos comprando 3,5 kg (31,50÷9). Já se comprarmos 5,25 kg de carne, pagaremos R$ 47,25 (5,25x9) e assim por diante.

Podemos exibir as informações contidas na tabela acima no plano cartesiano, marcando pontos da forma (x,f(x)).



A escolha de outros valores para x implica em marcarmos novos pontos do plano cartesiano. Veremos mais adiante que os pontos da forma (x, f(x)), com f(x) = ax + b (uma função polinomial do 1º grau), estão alinhados.

No exemplo a seguir, vamos entender melhor como podemos interpretar dados em um gráfico.

Exemplo: O gráfico representado na Figura 1 demonstra a evolução de casos da influenza A (vírus H1N1).

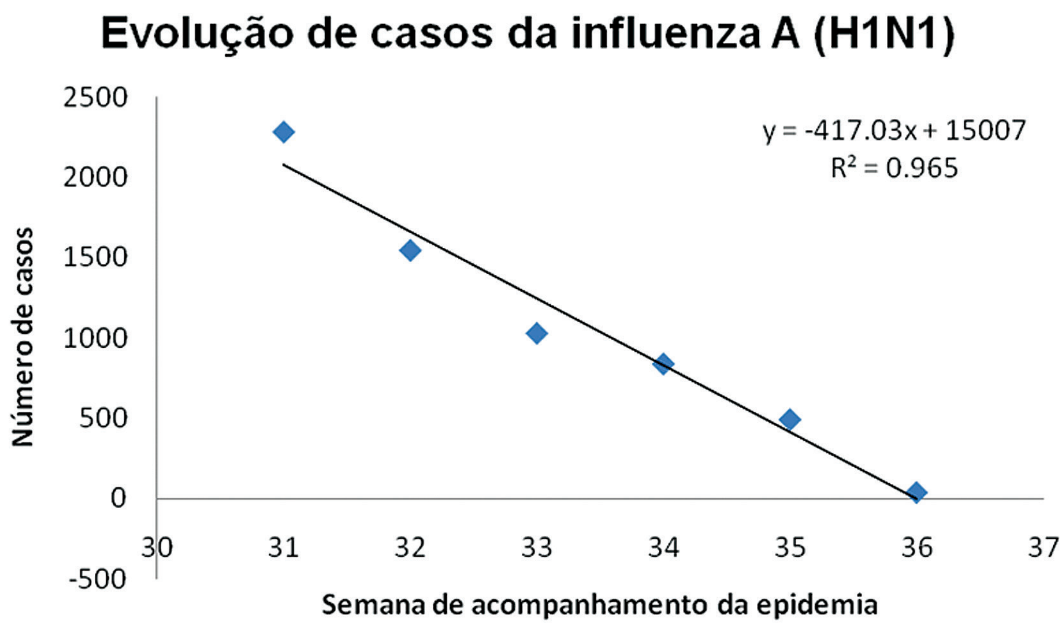
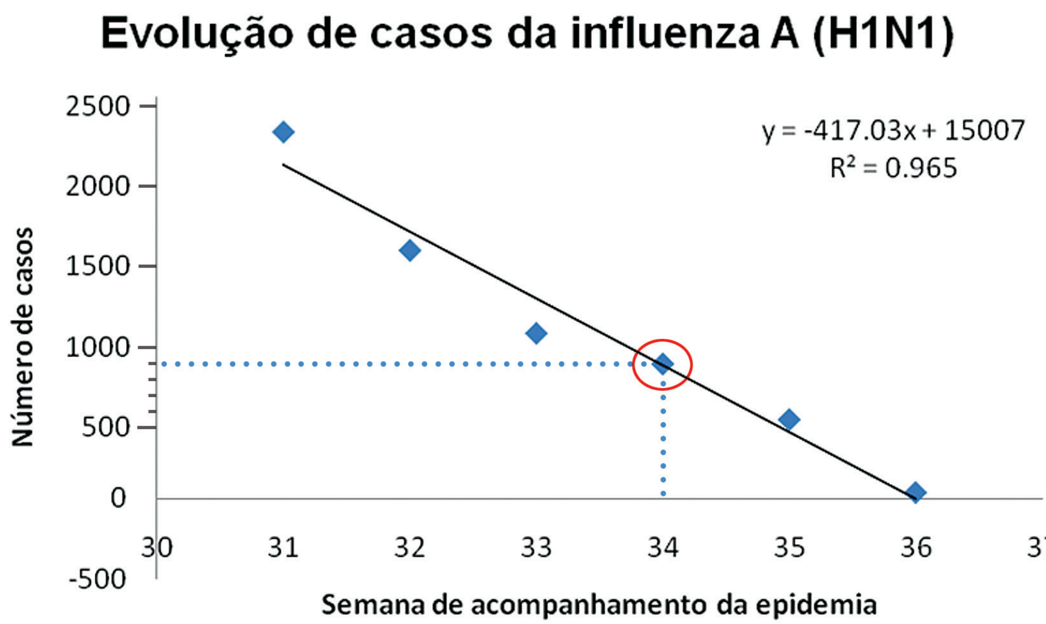


Figura 1: Gráfico do número de casos do vírus H1N1, ao longo das semanas de acompanhamento da epidemia. A representação foi aproximada pelo gráfico de uma função afim (observe que alguns pontos estão fora da reta).

O que podemos dizer sobre os números de casos na 34ª semana?

Observe que são dois eixos: um vertical que descreve o número de casos e um horizontal que relata as semanas de acompanhamento da epidemia.

O gráfico relaciona, então, essas duas grandezas.



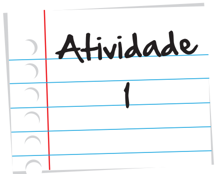
Analisando a 34ª semana, percebemos que o número de casos gira em torno de 900, ou seja,no acompanhamento da epidemia, na 34ª semana o número de casos foi de aproximadamente 900.

E quando o número de casos é praticamente zero?

Analisando novamente o gráfico da **Figura 1**, vemos que o número de casos é praticamente zero na 36ª semana.

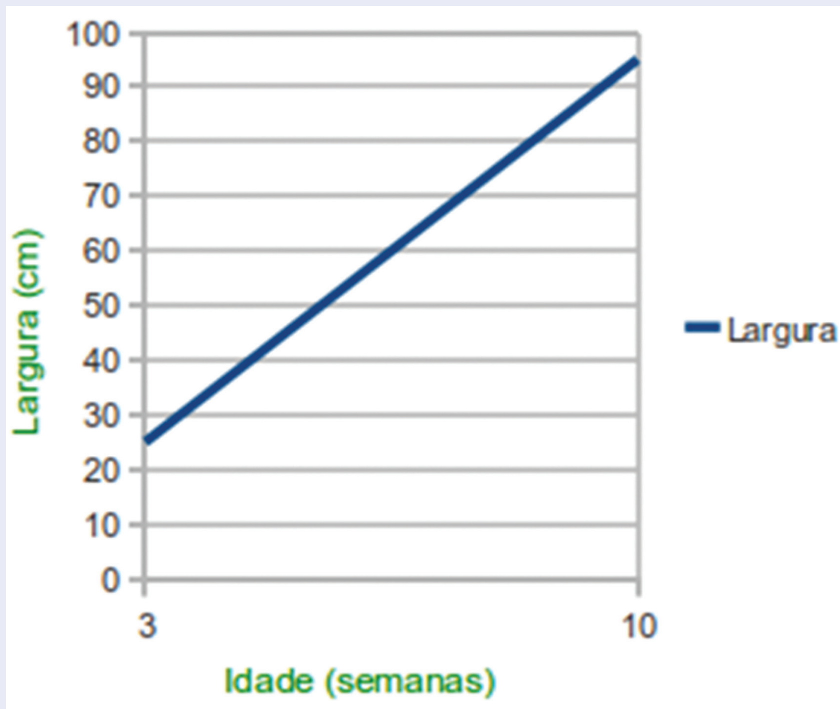
Agora é sua vez de interpretar as situações apresentadas a seguir.

Atividade 1



Observe o gráfico a seguir:

Relação entre idade e largura de um orgão.



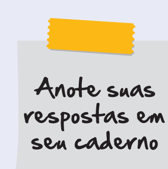
Analise as afirmativas como verdadeiras ou falsas:

a. O gráfico relaciona a idade em anos e a largura em centímetros de um órgão. ( )

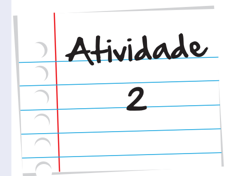
b. O eixo horizontal representa a idade e o vertical a largura. ( )

c. Com 3 semanas a largura do órgão mede menos de 30 cm. ( )

d. Com 10 semanas a largura do órgão mede exatamente 100 cm. ( )

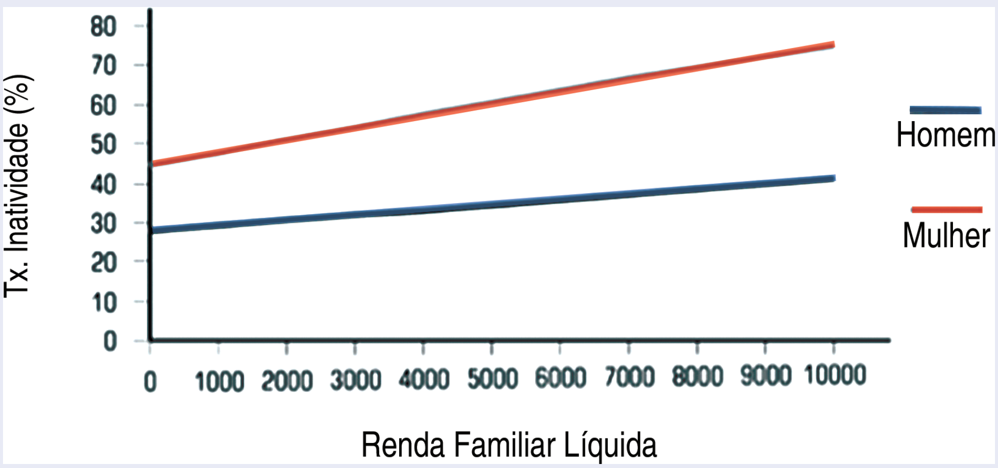


Atividade 2



O gráfico a seguir relaciona a taxa de inatividade (%) e a renda familiar (em Reais) entre homens e mulheres. Com base nas informações do gráfico, responda:

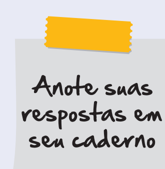
Relação entre a taxa de Inatividade e Renda Familiar

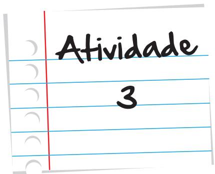


a. Em qual dos sexos, a taxa de inatividade é maior?

b. Com base em qual característica, podemos afirmar que os gráficos que descrevem a taxa de inatividade de homens e mulheres em função da renda representa uma função afim?

c. Quando a renda familiar é de 1000 reais, de quantos por cento é aproximadamente a taxa de inatividade de homens e mulheres?



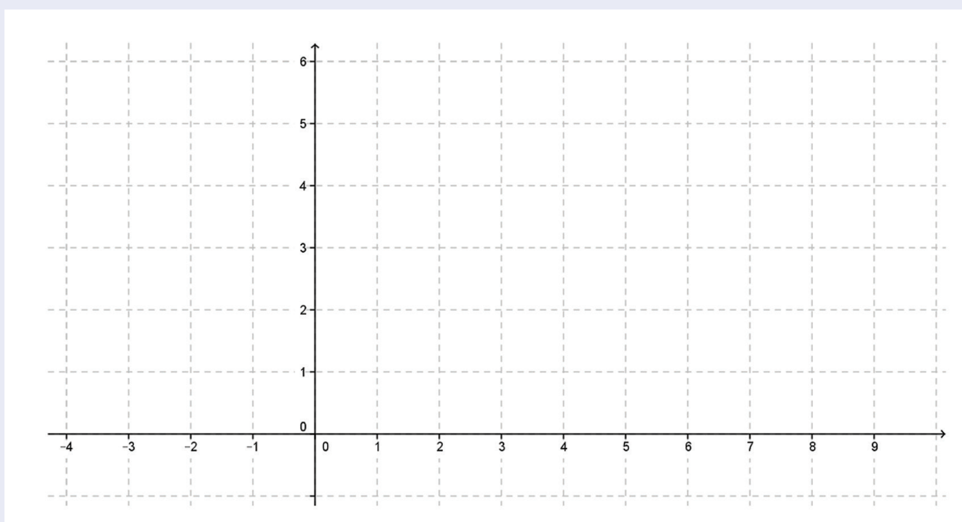


Atividade 3

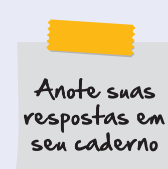
a. Considere uma função real dada por f(x) = x + 2. Vamos escolher três valores para x: 1, 2 e 3. Determine f(1), f(2) e f(3). Preencha a seguinte tabela com esses valores:

Ponto	x	f(x)
A	1	
B	2	
C	3	

b. Marque no plano cartesiano os pontos A, B e C. A malha quadriculada abaixo facilitará sua construção.



Mostre que esses três pontos estão alinhados. Para isso, mostre que a distância de A até C é a soma das distâncias de A até B e de B até C.



Saiba Mais

Será que foi uma coincidência os valores escolhidos na atividade anterior nos fornecerem pontos alinhados através da função? No link http://www.moodle.ufba.br/mod/book/view.php?id=131066&chapterid=30720 (Acesso em 17/02-13) você pode encontrar uma demonstração de que os pontos que pertencem ao gráfico de uma função polinomial do 1º grau estão alinhados.

Seção 2
Crescente ou decrescente?

Observe novamente os gráficos da seção anterior e tente descobrir alguma diferença entre eles.

Você notou a diferença nesses exemplos?

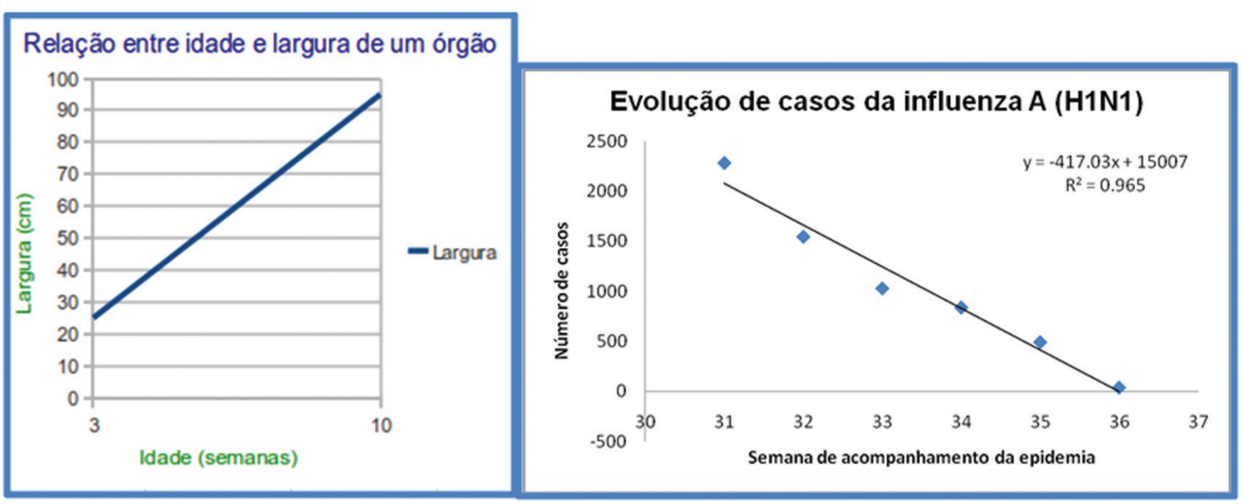


Figura 2: (a) Relação entre idade e largura de um órgão. (b) Relação entre semanas de acompanhamento da epidemia do vírus H1N1 e o número de casos.

A diferença existe porque alguns são gráficos de funções crescentes como no exemplo ao lado. Veja que à medida que o valor de x vai aumentando, o valor de y também aumenta.

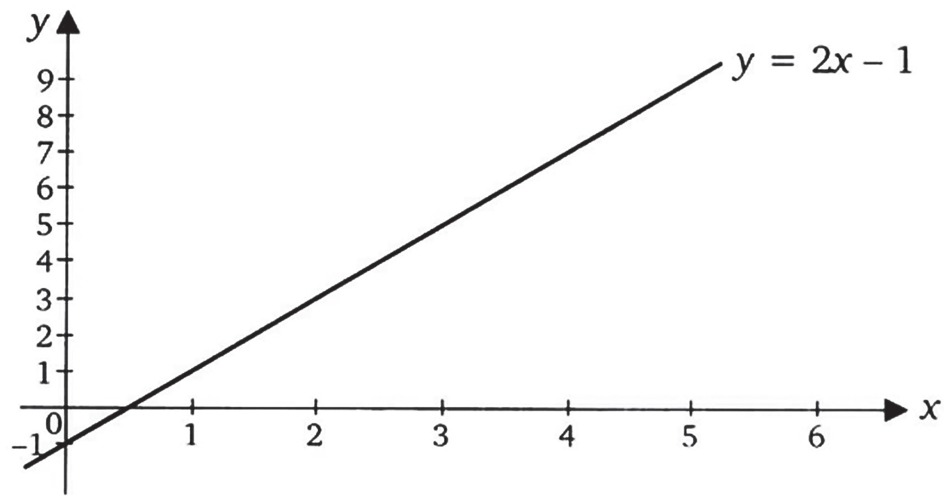


Figura 3: Gráfico de uma função crescente

E outros são gráficos de funções decrescentes, como o exemplo que segue:

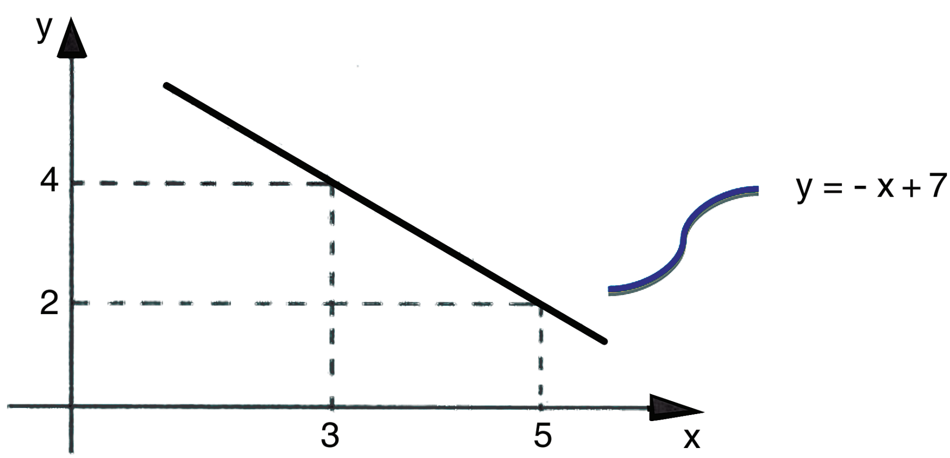
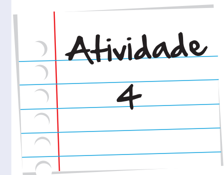


Figura 4: Gráfico de uma função decrescente

Note que no gráfico da **Figura 4** à medida que o valor de x aumenta, o valor de y vai diminuindo.

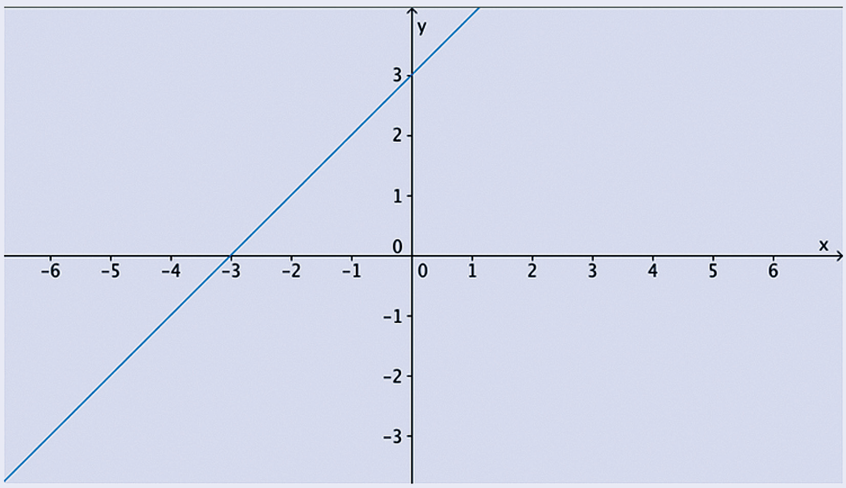
Será que você já pode dizer se as funções a seguir são crescentes ou decrescentes, apenas observando sua representação gráfica? Confira seu entendimento a esse respeito, fazendo a próxima atividade.

Atividade 4

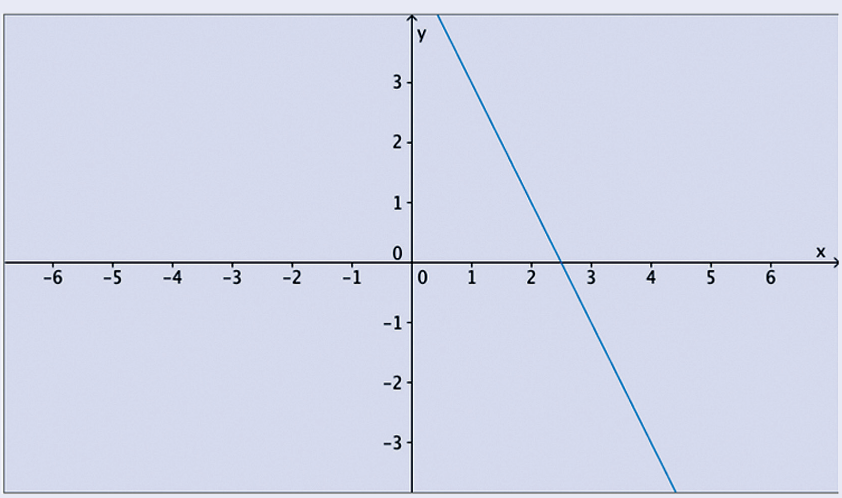


Analise os gráficos e diga se as funções abaixo são crescentes ou decrescentes.

a. $y = x + 3$

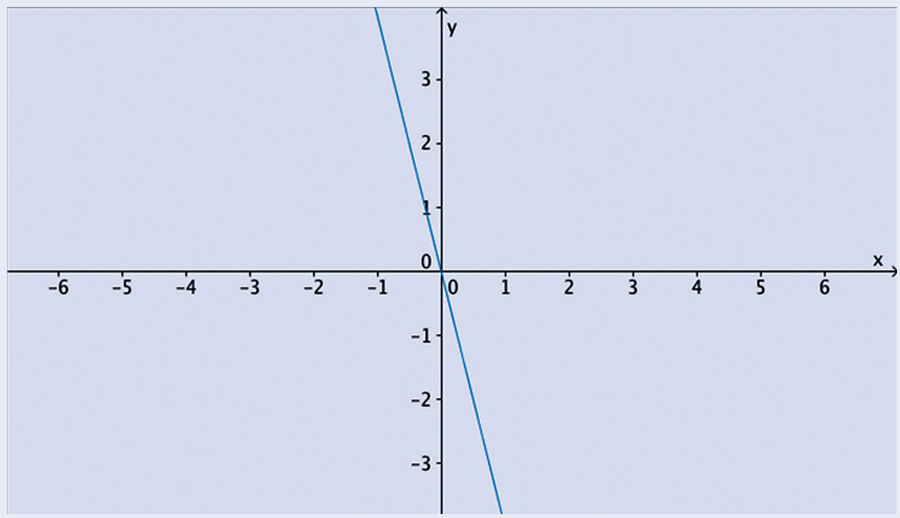


b. $y = -2x + 5$

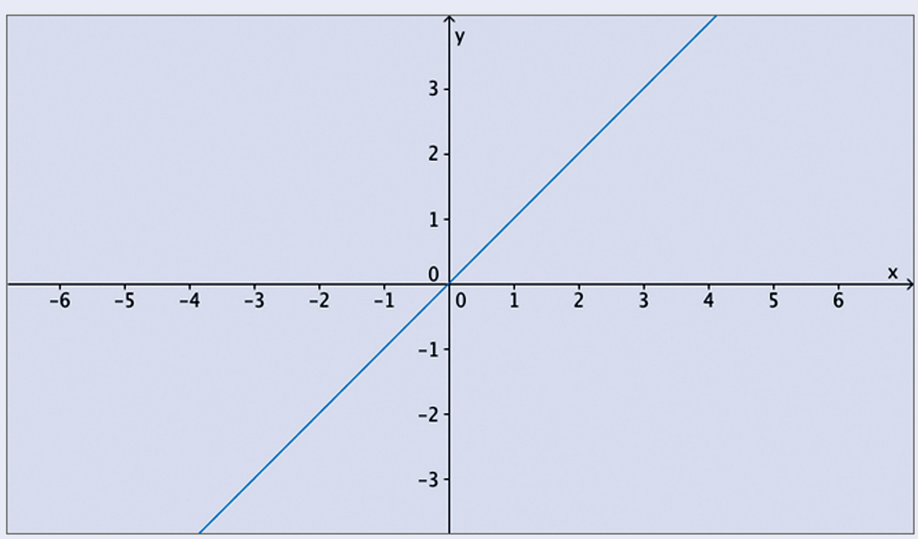


Atividade 4

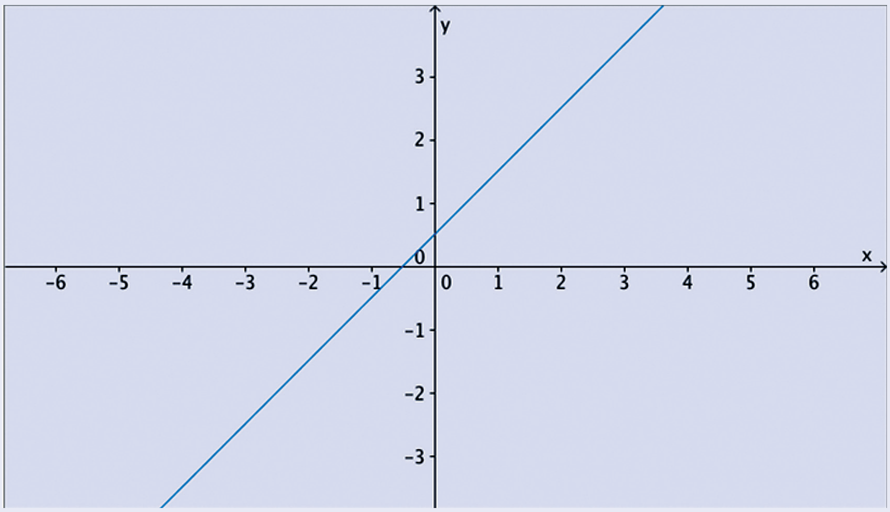
c. $y = -4x$

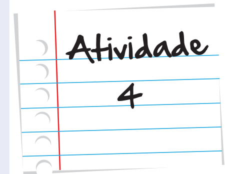


d. $y = x$

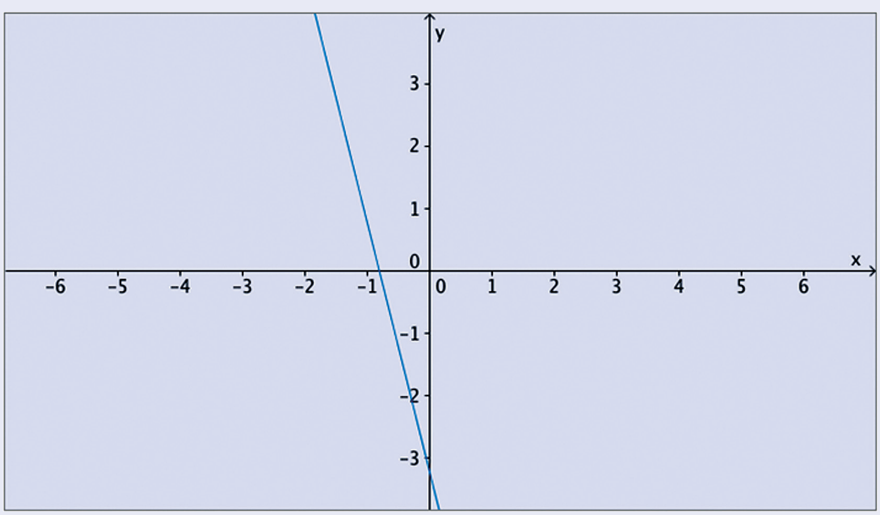


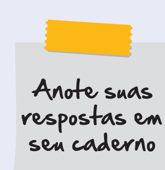
e. y = x + 0,5





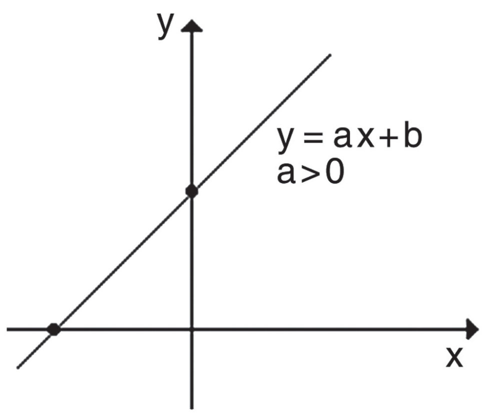
f. y = -4x – 3,2



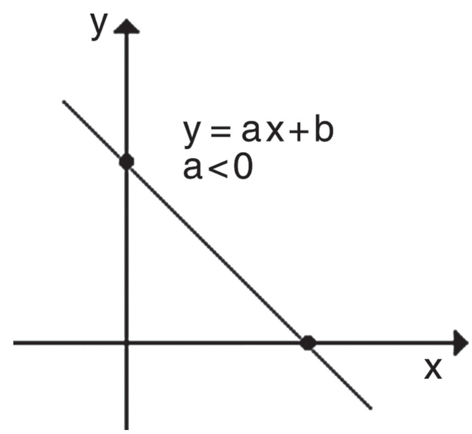


Percebeu que nas funções $y = ax + b$, quando $a > 0$, ou seja, positivo a função é crescente e quando $a < 0$, ou seja, negativo a função é decrescente?

Função Crescente



Função Decrescente



Importante

Uma função f é crescente se, dados dois valores x_1 e x_2 do seu domínio tais que $x_1 < x_2$, temos que $f(x_1) < f(x_2)$.

A função f será decrescente se, dados dois valores x_1 e x_2 do seu domínio tais que $x_1 < x_2$, temos que $f(x_1) > f(x_2)$.

Saiba Mais

Em certos problemas, estamos interessados em saber se uma função assume valores positivos ou negativos. Estudar o sinal de uma função significa dizer quais são os valores de x que tornam $f(x) > 0$, $f(x) = 0$ ou $f(x) < 0$.

Graficamente, é possível estudar o sinal de uma função. A parte do gráfico que se encontra acima do eixo x é formada por pontos cujas ordenadas são positivas, isto é, para valores de x que são abscissas de pontos situados acima do eixo x a função assume valores positivos. Analogamente, a parte do gráfico que se encontra abaixo do eixo x é formada por pontos cujas ordenadas são negativas.

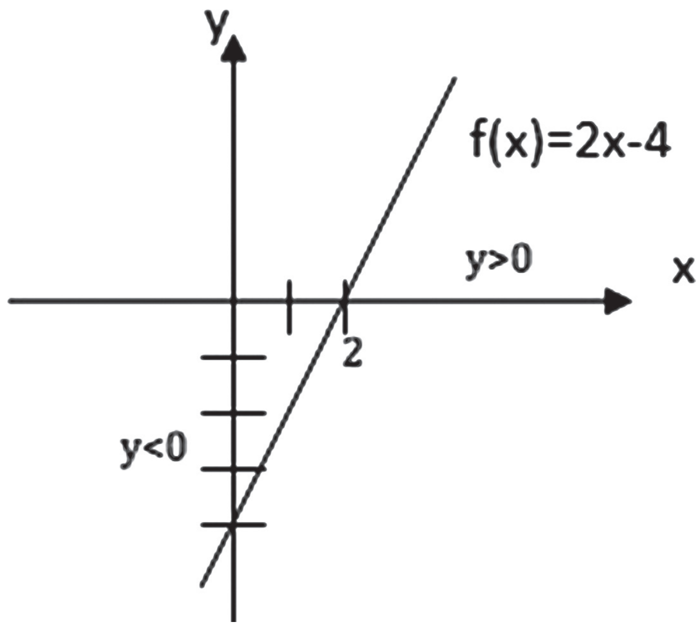
No exemplo a seguir, podemos identificar que:

$y>0$, se $x>2$

$y=0$, se $x = 2$ (zero da função)

$y<0$, se $x<2$

Analisando o sinal da função, você consegue saber que valores são positivos, nulo ou negativos, o que pode auxiliá-lo a resolver muitos problemas principalmente os relacionados à inequação. Você vai estudar esse assunto mais adiante.



Saiba Mais

Estude o sinal das funções reais definidas por:

a. $f(x) = 2x - 4$

b. $g(x) = -5x - 12$

Atividade 5

Anote suas respostas em seu caderno

Seção 3
Mãos à obra!

Até agora, aprendemos a identificar, interpretar e determinar algumas características do gráfico da função afim.

Considere a função real definida por $f(x) = 3x – 6$. Vamos construir o seu gráfico, seguindo o seguinte roteiro:

PASSO 1: Analisar a taxa de variação e identificar se a função é crescente ou decrescente.

A função é $f(x) = 3x - 6$. Logo, a taxa de variação é igual a 3. Como o valor da taxa de variação é positivo, ou seja, maior que zero, podemos afirmar que a função é crescente.

PASSO 2: Como o gráfico da função afim é uma reta, precisamos descobrir apenas dois pontos, uma vez que dois pontos distintos determinam uma única reta.

Então vamos encontrar dois pontos que pertençam ao gráfico da função.

Neste exemplo, vamos encontrar o valor da função para $x = 0$ e para $x = 2$. Você poderia escolher outros valores.

Considerando $x = 0$, temos que $f(0) = 3(0) - 6 = -6$.

Para $x= 2$, temos que $f(2) = 3.(2) - 6 = 0$.

PASSO 3: Construindo o gráfico

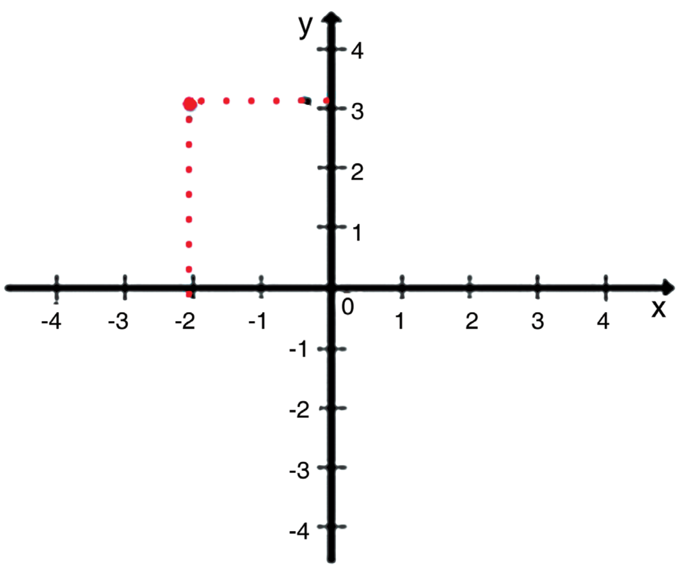
Dos passos anteriores, sabemos que:

1. A função é crescente
2. Os pontos $(0, -6)$ e $(2,0)$ pertencem ao gráfico da função f.

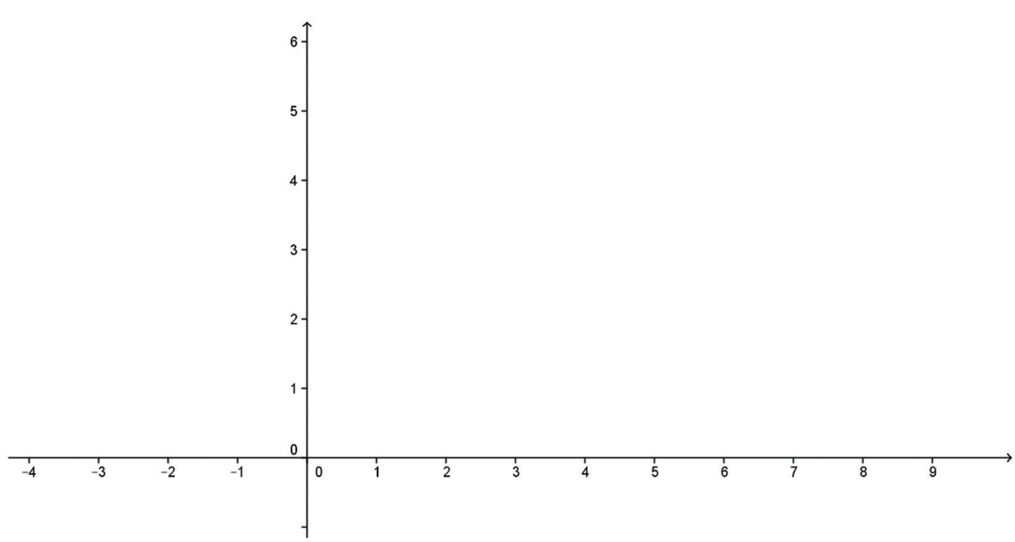
Saiba Mais

No plano cartesiano, cada ponto do plano está associado a dois números reais. O primeiro representará o valor do eixo das abscissas (x) e o segundo, o valor do eixo das ordenadas (y), determinando, dessa forma, um ponto nesse plano.

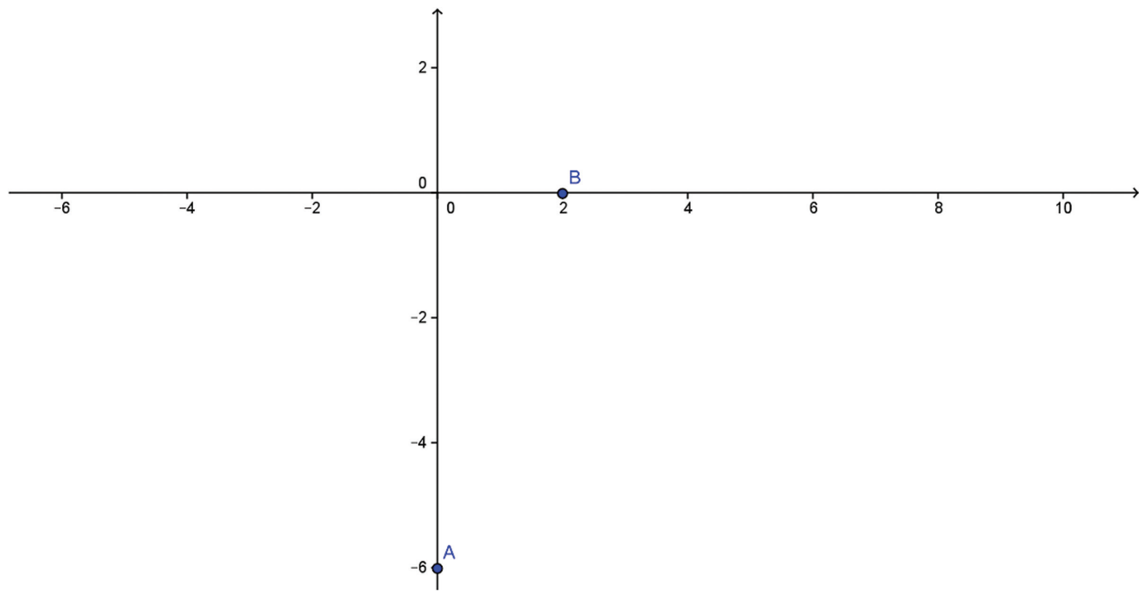
Assim o ponto ilustrado no gráfico ao lado é a representação do par ordenado (-2,3).



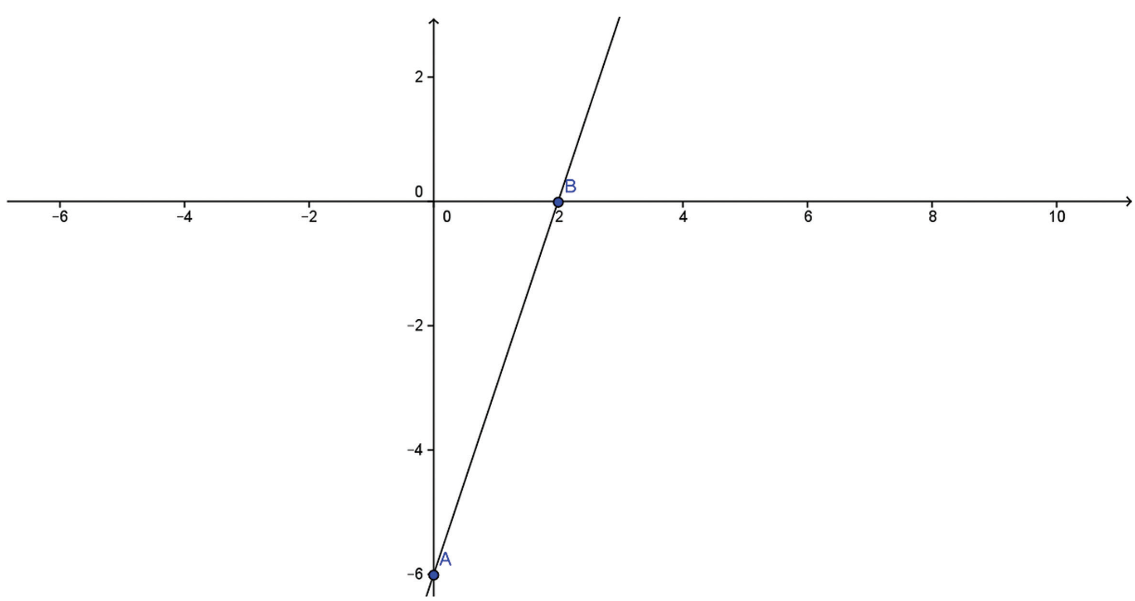
PASSO 4: Para construímos a representação gráfica de uma função, primeiro devemos traçar os eixos das abscissas e das ordenadas.



PASSO 5: Agora basta marcamos os pontos encontrados no passo 2, ou seja, (0,-6) e (2,0).



PASSO 6: E para finalizar unimos os pontos marcados, construindo uma reta que passa por eles.



Mas será que sempre devemos traçar uma reta ligando os dois pontos? Depende da situação-problema proposta.

Para avançamos em nosso estudo de gráficos, convido você a relembrar um exemplo que vimos na unidade anterior a essa. O Buffet que Ana contratou para o aniversário de sua filha. Relembre o caso conosco.

Ana quer comemorar o aniversário de sua filha com um buffet que cobra por uma festa infantil R$ 500,00 fixos e R$ 30,00 por pessoa. Ana tem 80 convidados e fez uma reserva de R$ 3.200,00 para gastar com o buffet. Ana pode contratar esse buffet? Aliás, com esse valor, qual a quantidade máxima de pessoas que ela pode convidar? (...)

Imagine, então, que você é dono desse buffet e para facilitar a visualização de seus clientes, você resolve construir um gráfico que mostra como o orçamento da festa varia de acordo com a quantidade de pessoas. Como você faria essa construção?

Vamos construir o gráfico da função f(x) = 30x + 500, que representa, como já vimos, o valor da festa infantil, cobrada por esse *buffet*, em função do número de convidados.

A função é f(x) = 30x + 500. Logo, a taxa de variação: é igual a 30. Como o valor da taxa de variação é positivo, ou seja, maior que zero, podemos afirmar que a função é crescente.

Neste exemplo, vamos encontrar o valor da função, quando x = 0 e quando x =80 que são valores importantes para o problema. Vamos entender agora o porquê da escolha desses valores.

Considerando x = 0, temos que f(0) = 30(0) + 500 = 500. Esse resultado mostra que o valor fixo cobrado pelo *buffet* é de R$ 500,00.

Quando x= 80 (número de convidados de Ana), temos que f(80) = 30(80) + 500 = 2.900. Com esse resultado, podemos concluir que o *buffet* cobra R$ 2.900,00 para realizar uma festa infantil para 80 convidados.

Agora basta marcamos os pontos (0,500) e (80,2900).

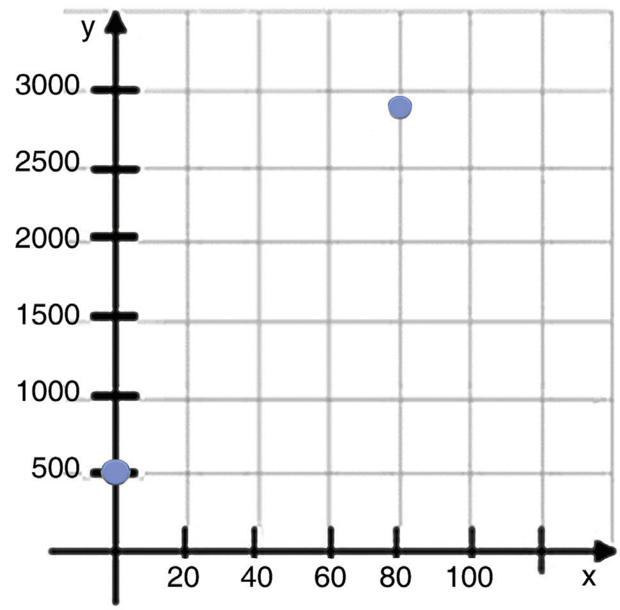


Figura 7: **Marcação dos pares ordenador (0,500) e (80, 2900).**

Note que, nesse exemplo, x assume somente valores inteiros maiores ou iguais a zero, uma vez que representa o número de convidados. Nesse caso, teríamos um conjunto discreto de pontos alinhados. Não teríamos uma reta como no nosso primeiro exemplo.

Os pontos que fazem parte do gráfico dessa função seriam: (0,500), (1,530), (2,560), (3,590), ...

Dessa forma, vemos que observar o conjunto de valores que x pode assumir é importante para a construção do gráfico de uma função.

Dispondo dessa representação gráfica, você como dono do *buffet*, pode auxiliar seus clientes de modo rápido e prático a calcular o custo de cada festa em função do número de convidados.

Agora é sua vez de construir o gráfico de um outro problema, visto na unidade anterior. Mãos à obra!

Atividade 6

Lembra-se do Silvio que conhecemos na unidade anterior? O vendedor de uma loja de colchões e cujo salário é de 1000 reais fixos mais uma comissão de 60 reais por colchão vendido?

Imagine que você é gerente do Sílvio e quer construir o gráfico que representa o salário de Silvio para incentivá-lo a vender mais. Lembre-se o salário de Sílvio é dado por $S(c) = 1000 + 60c$, e que o número de colchões vendidos deverá ser representado por um número inteiro, maior ou igual a zero, e por isso, os pontos obtidos não poderão ser ligados!

Anote suas respostas em seu caderno

Seção 4
Observando gráficos. Enxergando funções.

Nesta seção, vamos percorrer o sentido inverso ao que tomamos durante as seções anteriores, onde partimos da função afim para a interpretação, classificação e construção de seu gráfico. Agora vamos verificar que a partir da análise cuidadosa das informações apresentadas em um gráfico, é possível chegar a várias conclusões. Uma delas é encontrar a função que descreve aquela representação gráfica.

Para trabalharmos esse novo olhar, suponha que você pegou um empréstimo de 100 reais no banco. Ao retirar o dinheiro, seu gerente entregou um gráfico (**Figura 9**), representando o valor devido ao longo dos meses que o dinheiro permanecerá emprestado.

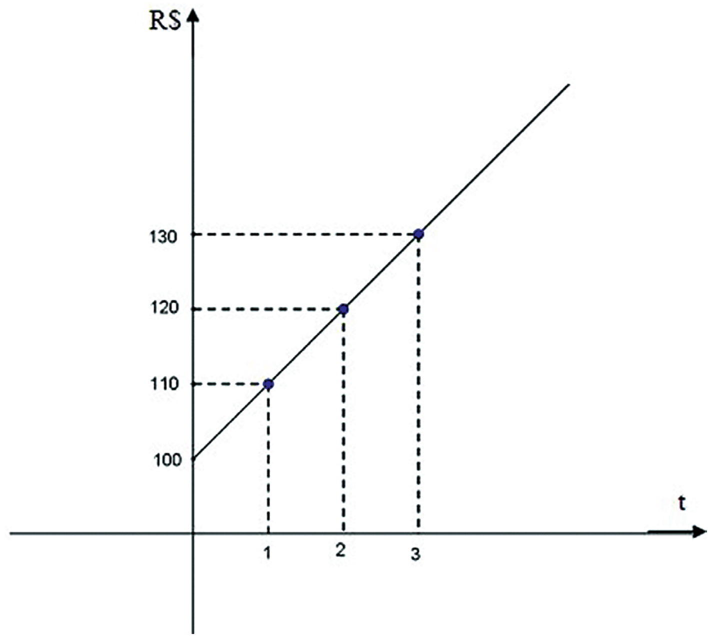
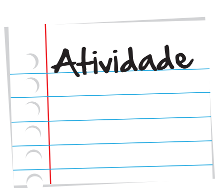
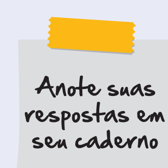


Figura 9: Valor da dívida (em R$) em função do tempo (t em meses).



De quanto será a dívida se você permanecer com o dinheiro durante 8 meses?



Uma maneira para resolver esse problema, é descobrir a função que determina esse gráfico. Veja o passo a passo de como podemos fazer isso.

PASSO 1: Identificar dois pontos que pertençam ao gráfico e por consequência à função que o determina:

1º ponto: Tempo = 0, Valor = 100

2º ponto: Tempo = 1, Valor = 110

Importante

Basta encontrar dois pontos, pois assim teremos apenas duas incógnitas para encontrar.

Substituindo os valores dos pontos (x_1,y_1) e (x_2, y_2) encontrados no gráfico, teremos de encontrar os valores de a e b, para determinar a função afim f(x) = ax + b.

PASSO 2: Montar um sistema de equações, substituindo os valores dos pontos na função, ou seja, em f(x) = ax + b.

Considerando o primeiro ponto que identificamos no gráfico, temos que, quando o tempo é zero (ou seja, antes de completar 1 mês de empréstimo), o valor do empréstimo é de 100 reais (valor inicial). Substituindo os valores de x e y na função concluímos que:

$f(x) = ax + b,$

$f(0) = a(0) + b$

$100 = a(0) + b$

Da mesma forma, considerando o segundo ponto que reconhecemos no gráfico, temos que quando o tempo é igual a 1 mês o valor cobrado pelo empréstimo passa a ser igual a 110 reais. Substituindo os valores de x e y na função concluímos que:

$f(x) = ax + b,$

$f(1) = a(1) + b$

$100 = a(1) + b$

Reescrevendo as funções encontradas, temos o seguinte sistema de equações:

1ª equação $\rightarrow 100 = 0a + b$

2ª equação $\rightarrow 110 = 1.a + b$

PASSO 3: Resolvendo o sistema, temos:

$100 = 0.a + b$

então:

$100 = 0 + b$

$b = 100$

Importante

Com esse resultado, encontramos o valor do coeficiente linear da função (b). Esse coeficiente representa o valor numérico por onde a reta passa no eixo das ordenadas.

Substituindo o valor de b na 2ª equação:

$110 = 1.a + b$

$110 = 1.a + 100$

$110 = a + 100$

$110 - 100 = a$

$a = 10$

Descobrindo o valor do coeficiente a, encontramos,na verdade, a taxa de variação da função.

PASSO 4: Montar a função que representa a variação do valor empréstimo (f(t)) em relação ao tempo (t).

$f(t) = at + b$

Substituindo os valores de *a* e *b,* encontrados no passo 3, encontramos a função representada no gráfico da **Figura 9**.

$f(t) = 10t + 100$

Agora que conseguimos descrever a função que fundamenta o gráfico, podemos responder à pergunta feita inicialmente: "De quanto será a dívida, se você permanecer com o dinheiro durante 8 meses?"

PASSO 5: Para encontrar o valor que será cobrado pelo empréstimo, após 8 meses, basta substituirmos o valor da variável tempo na função $f(t) = 10t + 100$. Nesse caso, $t = 8$.

$f(t) = 10t + 100$

$f(8) = 10.(8) + 100$

$f(8) = 80 + 100 = 180$

Com auxílio desses passos, você pode concluir que no 8º mês a dívida será de 180 Reais.

Pesquise um gráfico de uma função afim em jornais, Internet, revista e descubra a função que o gráfico representa.

Anote suas respostas em seu caderno

Atividade 7

Como vimos, o gráfico é um recurso muito utilizado em jornais, revistas e Internet.

Agora, para terminarmos, algumas perguntinhas para você sobre a reportagem do início da unidade:

O gráfico do início da unidade representa uma função afim?

Conseguiu perceber que a população no Brasil estava com peso normal em 1980 e em 2008 a população estava acima do peso?

Resumo

- O gráfico que representa a função afim é uma reta.
- Na função $f(x) = ax + b$, o gráfico é crescente se $a>0$ e decrescente se $a<0$.
- Seguindo apenas cinco passos simples, podemos construir o gráfico de uma função afim. Veja a seguir.

  PASSO 1: Analisar a taxa de variação (valor do coeficiente a) e identificar se a função é crescente ou decrescente;

  PASSO 2: Encontrar dois pontos que pertençam à função;

  PASSO 3: Construímos os eixos das abscissas e das ordenadas;

  PASSO 4: Marcamos os pontos;

PASSO 5: Unimos os pontos marcados, construindo uma reta.

- Veja a seguir o passo a passo para determinar a lei que determina o gráfico de uma função afim.

PASSO 1: Identificar dois pontos que pertençam ao gráfico e por consequência à função que o determina;

PASSO 2: Montar um sistema de equações, substituindo os valores dos pontos;

PASSO 3: Resolver o sistema;

PASSO 4: Montar a função.

Veja ainda

Acessando o site http://math.exeter.edu/rparris/peanut/Explorando%20Winplot%20-%20Vol%201.pdf, você tem um passo a passo para a construção de gráficos, utilizando o software Winplot.

O winplot é uma ferramenta importante e pode ser útil quando você precisar construir gráficos e puder utilizar o computador.

Referências

Livros

ALMEIDA, Nilze de; DEGENSZAJN, David; DOLCE, Osvaldo; IEZZI, Gelson; PÉRIGO, Roberto. **Matemática Ciência e Aplicações 1**. Segunda Edição. São Paulo: Atual Editora, 2004.157p.

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. São Paulo: Editora Edgard Blücher, 1996.

CARVALHO, Paulo Cezar Pinto; LIMA, Elon Lages; MORGADO, Augusto César; WAGNER, Eduardo. **Temas e Problemas**. Terceira Edição. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2001. 193 p

________**A Matemática do Ensino Médio Volume 1**. Sétima Edição. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2004. 237 p.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática Contexo e Aplicações Volume 1**. Primeira Edição. São Paulo: Editora Ática, 2011. 240p.

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. **Novo Aurélio Século XXI: o dicionário da língua portuguesa**. Quinta Edição. Rio de Janeiro: Editora Nova Fronteira, 1999. 2128 p.

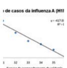
Imagens

- http://www.sxc.hu/photo/475767.

- http://www.sxc.hu/photo/1094969.

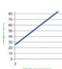
- http://www.sxc.hu/photo/737301.

- http://www.sxc.hu/photo/801548.

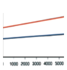


- http://h1n1bioestatufrj.blogspot.com.br/2010/12/h1n1-no-brasil.html

- http://www.sxc.hu/photo/958658.



- http://www.cultura.ufpa.br/dicas/open/calc-ret1.htm

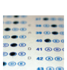


- http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0103-63512009000200004&script=sci_arttext

- http://www.sxc.hu/photo/13202

- http://www.sxc.hu/photo/937589

- http://www.sxc.hu/photo/59943



- http://www.sxc.hu/photo/517386

- http://www.sxc.hu/985516_96035528

Respostas das Atividades

Atividade 1

a. Falso. A largura é em centímetros, mas a idade em semanas e não em anos.

b. Verdadeiro

c. Verdadeiro

d. Falso. A largura é menor que 100 cm.

Atividade 2

a. Feminino

b. Os gráficos são representados por retas.

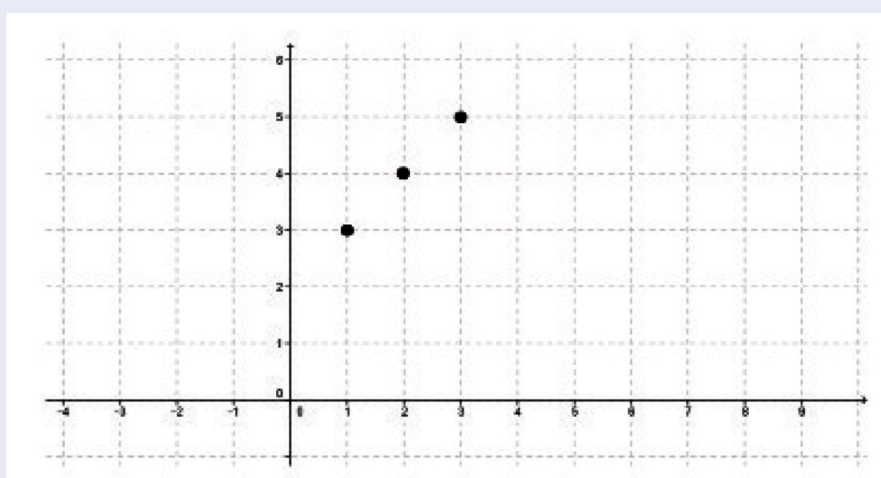
c. Homens 30% e mulheres 50% aproximadamente

Atividade 3

a.

Ponto	X	f(x)
A	1	3
B	2	4
C	3	5

b.



Respostas das Atividades

Atividade 4

a. crescente

b. decrescente

c. decrescente

d. crescente

e. crescente

f. decrescente

Atividade 5

a. $f(x) > 0 \rightarrow 2x - 4 > 0 \rightarrow x > 2$

$f(x) = 0 \rightarrow 2x - 4 = 0 \rightarrow x = 2$

$f(x) < 0 \rightarrow 2x - 4 < 0 \rightarrow x < 2$

b. $g(x) > 0 \rightarrow -5x - 12 > 0 \rightarrow x < -12/5$

$g(x) = 0 \rightarrow -5x - 12 = 0 \rightarrow x = -12/5$

$g(x) < 0 \rightarrow -5x - 12 < 0 \rightarrow x > -12/5$

Atividade 6

Construir o gráfico da função $S(c) = 1000 + 60c$

PASSO 1:

A função é $S(c) = 60c + 1000$

Taxa de variação: 60

Como $60>0$, ou seja, é positivo, podemos afirmar que a função é crescente.

Respostas das Atividades

PASSO 2:

Escolheremos os pontos onde c = 0 e c = 10

C	S(c)
0	60.0 + 1000 = 0 + 1000 = 1000
10	60.10 + 1000 = 600 + 1000 = 1600

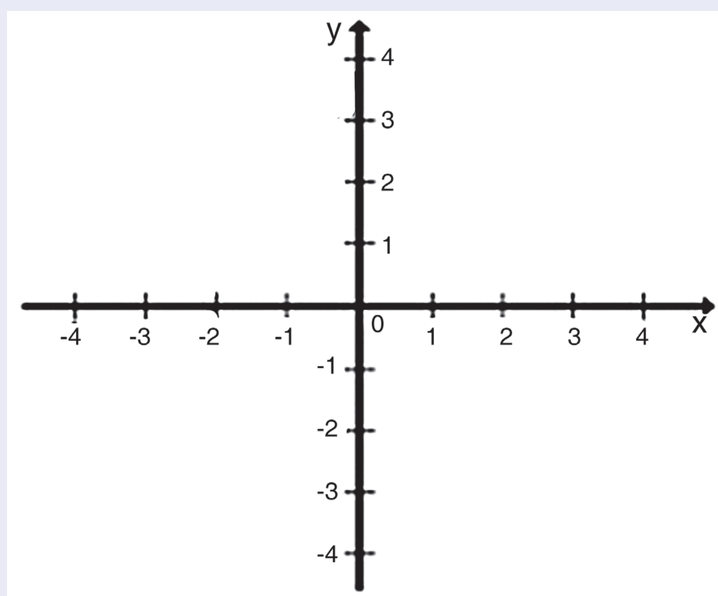
PASSO 3:

Dos passos anteriores, sabemos que:

A função é crescente

Os pontos c =0, y = 1000 e c = 10, y = 1600 pertencem à função e por consequência ao gráfico.

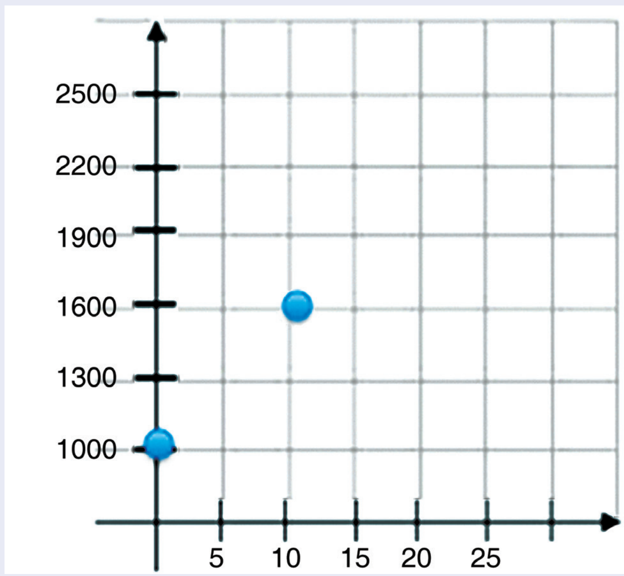
PASSO 4:

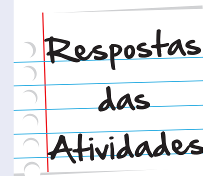


PASSO 5:

Marcamos os pontos

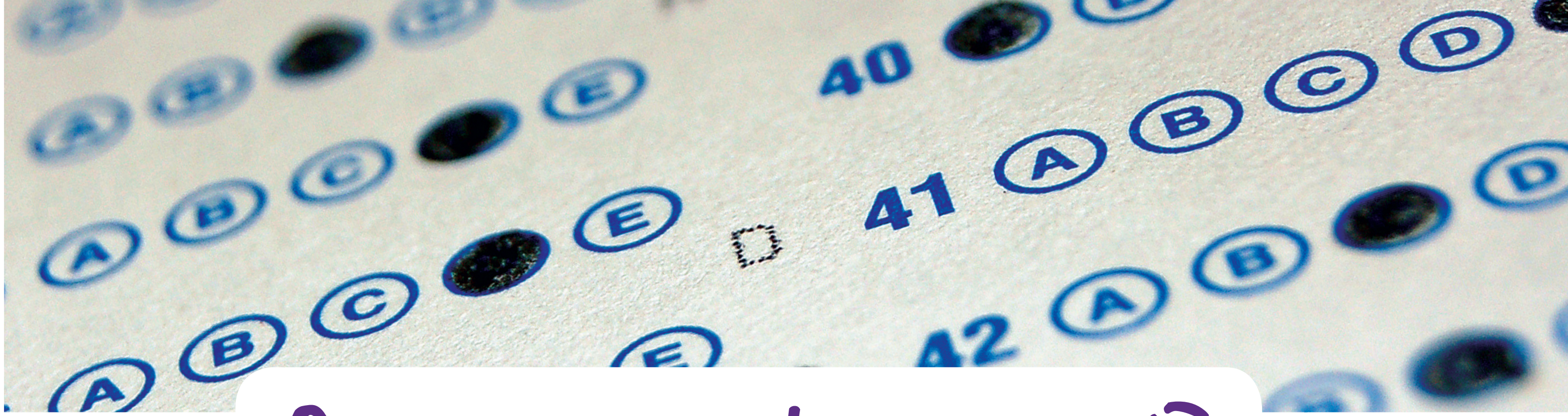
(0,1000) e (10,1600)





Atividade 7

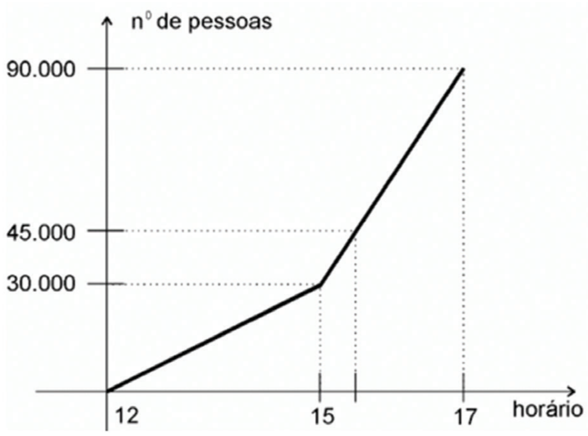
Resposta pessoal



O que perguntam por aí?

(UERJ)

Em uma partida, Vasco e Flamengo levaram ao Maracanã 90.000 torcedores. Três portões foram abertos às 12 horas e até às 15 horas entrou um número constante de pessoas por minuto. A partir desse horário, abriram-se mais 3 portões e o fluxo constante de pessoas aumentou. Os pontos que definem o número de pessoas dentro do estádio em função do horário de entrada estão contidos no gráfico abaixo:



Quando o número de torcedores atingiu 45.000, o relógio estava marcando 15 horas e:

(A) 20 min

(B) 30 min

(C) 40 min

(D) 50 min

Resposta: Letra B

Comentário: Até 15 horas e depois das 15 horas a entrada de torcedores é dada através de funções afim crescentes. Antes das 15h, a função cresce com menor rapidez e após as 15h com maior rapidez.

PASSO 1:

1º ponto: Tempo = 15, Torcedores = 30000

2º ponto: Tempo = 17, Valor = 90000

PASSO 2:

1ª equação →30000 = 15.a+ b

2ª equação →90000 = 17.a + b

PASSO 3:

90.000 = 17a+ b

-30.000 = 15a - b

então, utilizando o método da adição, temos:

60000 = 2a

a = 30000

substituindo o valor de a na segunda equação, temos:

30000 = 15.30000 + b

30000 = 450000 + b

b = 30000 – 450000

b = - 420000

PASSO 4:

f(x) = ax + b

f(x) = 30000x - 420000

PASSO 5:

Encontrar o valor quando y = 45000

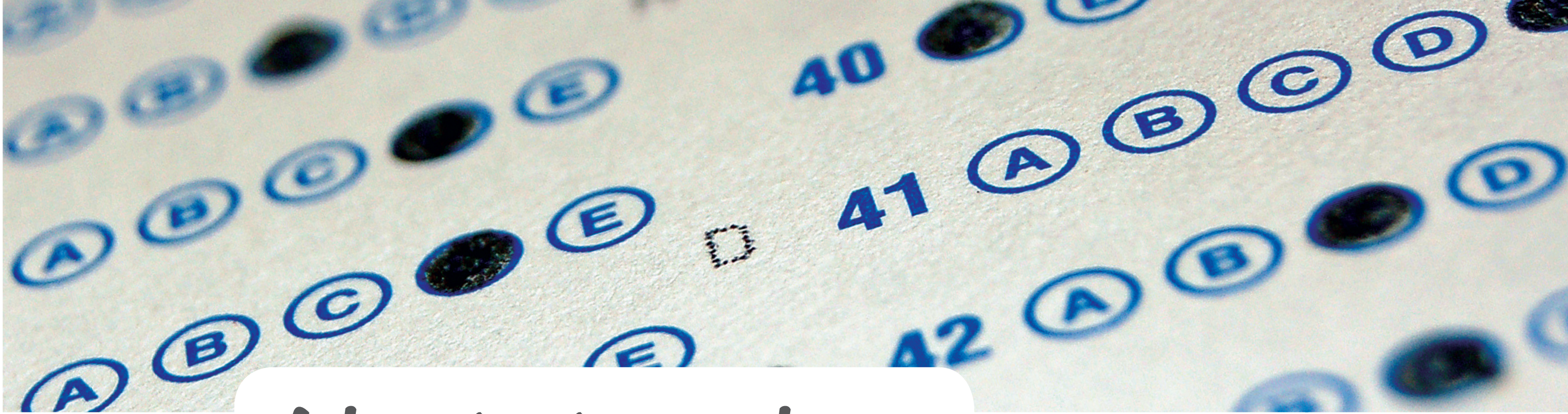
45000 = 30000x - 420000

45000 + 420000 = 30000x

465000 = 30000x

x = 15,5

O número de torcedores atingiu 45000, quando o relógio atingiu 15,5h (15h + 0,5h), ou seja, 15 e 30 minut0s.



Atividade extra

Exercício 1

O preço do litro da gasolina no Estado do Rio de Janeiro custa, em média R$ 2,90. Uma pessoa deseja abastecer seu carro, em um posto no Rio de Janeiro, com 40 reais.

Com quantos litros completos abastecerá o carro?

(a) 12 (b) 13 (c) 14 (d) 15

Exercício 2

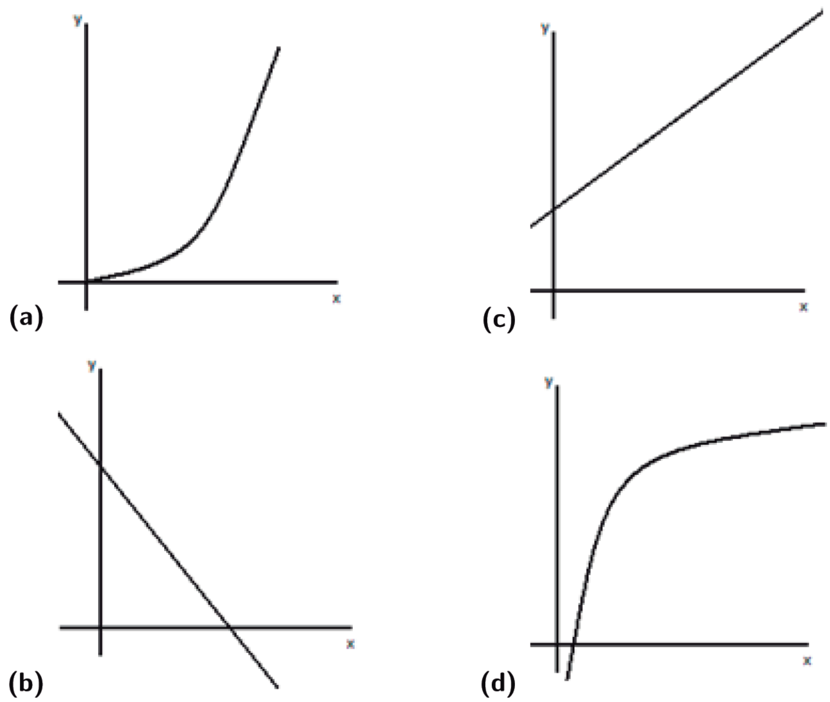
Em janeiro de 2013 João estava recebendo um salário de R$ 650,00. Pediu um aumento ao seu patrão e o mesmo disse que poderia aumentar, todo mês durante, dois anos, R$ 15,00 no salário de João.

No mês de julho de 2015 qual o valor do salário de João, em reais?

(a) 1010,00 (b) 740,00 (c) 675,00 (d) 920,00

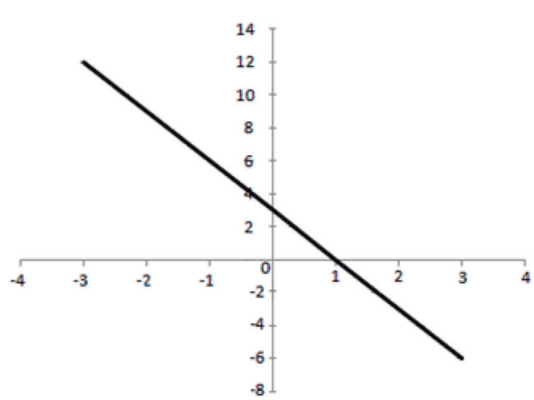
Exercício 3

Em qual dos gráficos abaixo verificamos uma função afim crescente?



Exercício 4

A figura representa o gráfico de uma função afim.



A lei de formação de representa essa função é:

(a) $f(x) = 3x + 3$ (b) $f(x) = -x + 3$ (c) $f(x) = 3x + 1$ (d) $f(x) = -3x + 3$

Exercício 5

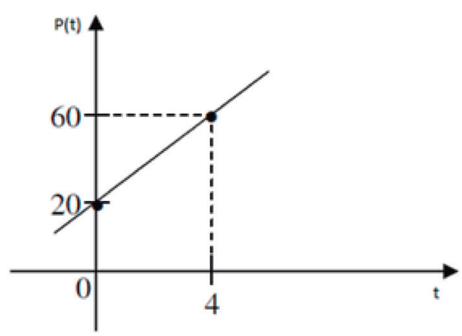
Dadas as funções $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definidas pelas leis de formação f (x) = $-4x - 2$ e g(x) = $2x + 4$.

Para qual valor de x a função f é estritamente maior que a função g?

(a) $(-\infty, -1]$ (b) $(-\infty, -1)$ (c) $[-1, \infty)$ (d) $(-1, \infty)$

Exercício 6

O gráfico a seguir representa a posição *p(t)* de um carro em movimento numa estrada, com velocidade constante, em função do tempo (*t*) em horas.



Determine a posição do carro quando $t = 8$h

(a) 90km (b) 100km (c) 110km (d) 120km

Exercício 7

Um estudo identificou que o consumo de energia elétrica de uma fábrica é dado pela equação $C(t) = 400t$, onde *C(t)* é o consumo em KWh em função do tempo t, em dias.

Quantos dias são necessários para que o consumo atinja 6000 KWh?

a) 12 (b) 14 (c) 13 (d) 15

Exercício 8

Um comerciante teve uma despesa de R$ 460,00 na compra de 1000 unidades de uma certa mercadoria. Como vai vender cada unidade por R$ 10,00 o lucro final *L(x)* será dado em função das *x* unidades vendidas, cuja equação é *L(x)* = 10x – 460.

Qual o número mínimo de unidades devem ser vendidas para que a função lucro seja maior do que zero?

(a) 46 (b) 47 (c) 460 (d) 1000

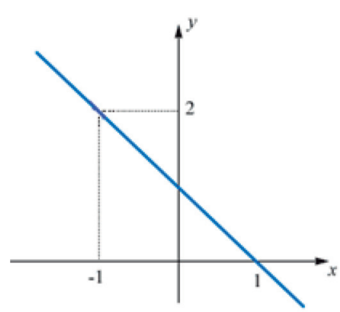
Exercício 9

O preço do pão francês em uma padaria custa R$ 0,50 a unidade. Relacionando o preço pago *(P)* por uma quantidade *x* de pães, obtemos a relação *P(x)* = 0,50*x*. Um cliente gastou R$ 7,00 na compra dos pães. Quantos pães ele comprou?

(a) 13 (b) 14 (c) 15 (d) 16

Exercício 10

O gráfico abaixo representa o conjunto de pontos de uma função afim.



A lei de formação dessa função afim é dada por:

(a) $f(x) = -x + 1$ (b) $f(x) = -x - 1$ (c) $f(x) = x + 1$ (d) $f(x) = x - 1$

Exercício 11

Dados os pontos (0, 3), (2, 5) e (9, 17).

Verifique se esses pontos pertencem à mesma função do primeiro grau. Justifique suas respostas.

Exercício 12

Dois carros partem de pontos diferentes de uma estrada e seguem no mesmo sentido. O carro *A* parte do Km 100 e segue com velocidade constante de 80 km/h. O carro *B* parte do km 50 estrada e segue com velocidade constante de 90 km/h. A posição de ambos os automóveis é dada por uma função linear, dependente do tempo.

Depois de quanto tempo o carro *B* alcançará o carro *A*?

Exercício 13

Considere a função $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$, definida por $f(x)=\dfrac{-3x+2}{5}$.

Desenhe o gráfico dessa função.

Exercício 14

O valor de um carro popular decresce linearmente com o tempo, devido ao desgaste. Sabendo-se que o preço de fábrica é R$ 20.500,00 e que, depois de 6 anos de uso, é R$ 14.500,00.

Qual seu valor, em reais, desse carro popular após 4 anos de uso?

Exercício 15

Uma fábrica produz peças para automóveis para montadoras de motores automotivos. A empresa possui um custo fixo mensal de R$ 2950,00 que inclui conta de energia elétrica, de água, impostos, salários e etc. Existe também um custo variável que depende da quantidade de peças produzidas, sendo a unidade R$ 41,00. O valor de cada uma dessas peças no mercado é equivalente a R$ 120,00. A Função Custo total mensal da fábrica é dado pela lei de formação $C(x) = 2950 + 41x$. A Função Receita que determina o valor arrecadado pela fábrica com a venda das peças é dada pela lei de formação $R(x) = 120x$.

Para que valores de x a Função Receita é maior do que a Função Custo?

Gabarito

Exercício 1

A	B	C	D
○	●	○	○

Exercício 2

A	B	C	D
●	○	○	○

Exercício 3

A	B	C	D
○	○	●	○

Exercício 4

A	B	C	D
○	○	○	●

Exercício 5

A	B	C	D
○	●	○	○

Exercício 6

A	B	C	D
○	●	○	○

Exercício 7

A	B	C	D
○	○	○	●

Exercício 8

A	B	C	D
○	●	○	○

Exercício 9

A	B	C	D
○	●	○	○

Exercício 10

A	B	C	D
●	○	○	○

Exercício 11

Primeiro calculemos a equação da reta que passa pelos pontos (0, 3) e (2, 5).

$$\begin{cases} 0a + b = 3 \\ 2a + b = 5 \end{cases}$$

Da primeira equação obtem-se $b = 3$. Substituindo esse valor na segunda, tem-se $2a + 3 = 5$, daí $2a = 2$, logo $a = 1$. Portanto, os pontos (0, 3) e (2, 5) pertencem a função cuja lei de formação é $f(x) = x + 3$. Vamos verificar se o ponto (9, 17) pertence a essa função.

$f(9) = 9 + 3 = 12 \Rightarrow f(9) = 12.$

Como $f(9) = 12 \neq 17$, os três pontos não pertencem a mesma função.

Exercício 12

Como o movimento é uma função linear do tempo então as funções que determinam a posição dos mesmos de acordo com o tempo é

$FA(t) = 100 + 80t$

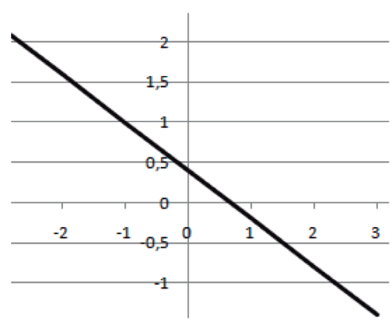
$FB(t) = 50 + 90t$

O carro *B* alcançará o carro *A* quando $FA = FB$. Assim, temos $100 + 80t = 50 + 90t \Rightarrow 50 = 10t$.

Portanto, $t = 5$, logo, depois de 5 horas o carro *B* alcançará o carro *A*.

Exercício 13

Basta escolher dois valores para x, calcular os correspondentes valores para y, marcar os pontos resultates no plano cartesiano e traçar uma reta por esses pontos. O resultado é o gráfico solicitado.



Exercício 14

Como a função tem decrescimento linear, basta achar a expressão da função linear que passa pelos pontos (0, 20.500) e (6; 14.500) e calcular $f(4)$, esse valor é a resposta. Considerando a lei de formação de uma função linear $f(x) = ax + b$, logo $20500 = 0a + b$, $14500 = 6a + b$

Daí $b = 20500$. Subtraindo temos $14500 = 6a + 20500 \Rightarrow a = -1000$

Logo, $f(x) = -1000x + 20500$. Logo $f(4) = -4 \cdot 1000 + 20500$. Portanto o preço do carro após quatro anos de uso é de R$ 16500,00.

Exercício 15

Basta impor o que é pedido no enunciado. Assim temos

$120x > 2950 + 41x \Rightarrow$

$120x - 41x > 2950 \Rightarrow$

$79x > 2950 \Rightarrow$

$x > 2950/79$

Portanto, x maior ou igual a 38.