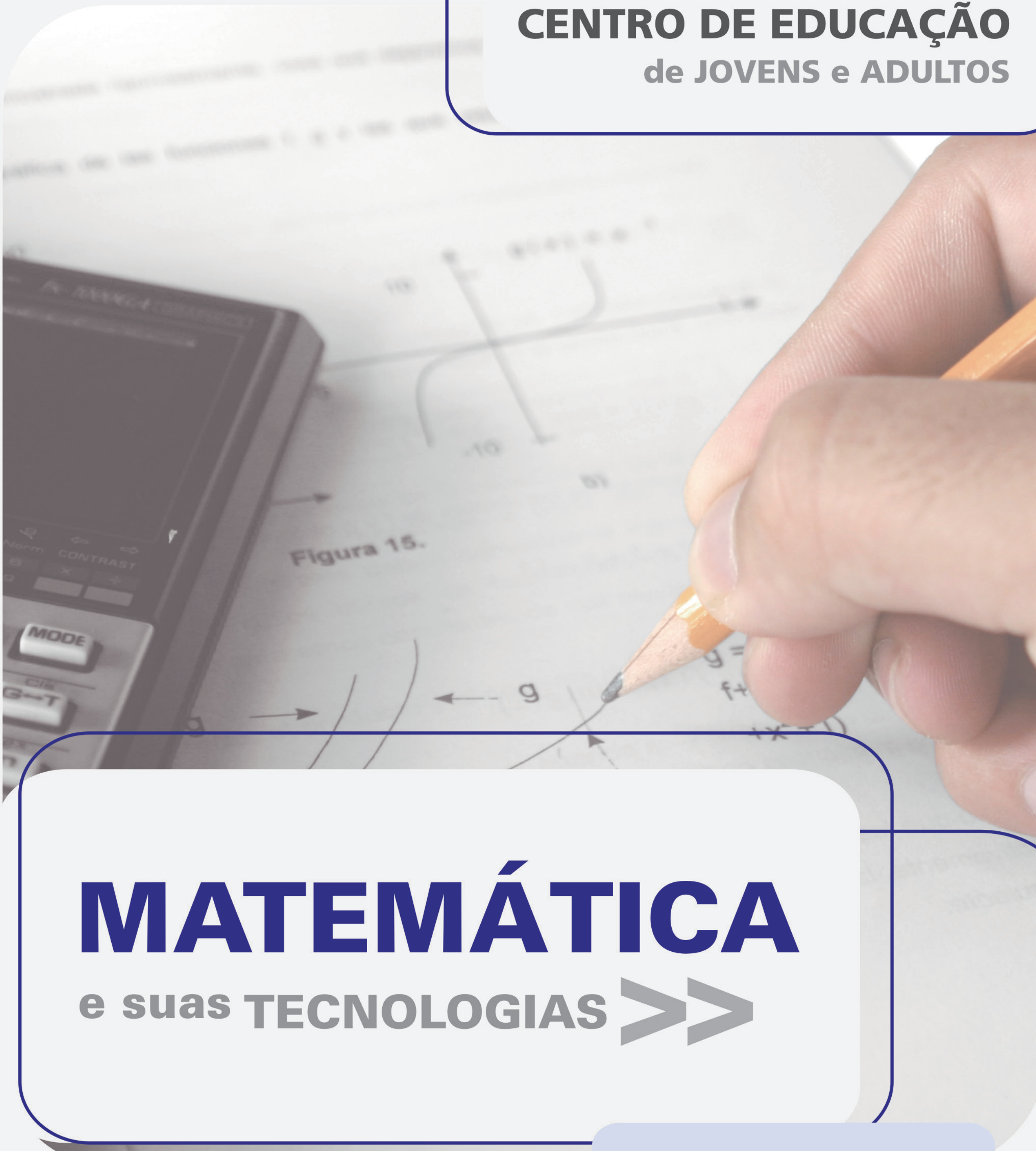
# CEJA >>

## CENTRO DE EDUCAÇÃO de JOVENS e ADULTOS




# MATEMÁTICA

## e suas TECNOLOGIAS >>

**Fascículo 5**

**Unidades 14, 15, 16 e 17**

**Edição revisada 2016**

GOVERNO DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

Governador
**Luiz Fernando de Souza Pezão**

Vice-Governador
**Francisco Oswaldo Neves Dornelles**

## SECRETARIA DE ESTADO DE CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO

Secretário de Estado
**Gustavo Reis Ferreira**

## SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO

Secretário de Estado
**Antônio José Vieira de Paiva Neto**

## FUNDAÇÃO CECIERJ

Presidente
**Carlos Eduardo Bielschowsky**

## PRODUÇÃO DO MATERIAL CEJA (CECIERJ)

Coordenação Geral de Design Instrucional
**Cristine Costa Barreto**

Coordenação de Matemática
**Agnaldo da C. Esquincalha**
**Gisela M. da F. Pinto**
**Heitor B. L. de Oliveira**

Revisão de conteúdo
**José Roberto Julianelli**
**Luciana Getirana de Santana**

Elaboração
**Cléa Rubinstein**
**Daniel Portinha Alves**
**Heitor B. L. de Oliveira**
**Leonardo Andrade da Silva**
**Luciane de P. M. Coutinho**
**Maria Auxiliadora Vilela Paiva**
**Raphael Alcaires de Carvalho**
**Rony C. O. Freitas**
**Thiago Maciel de Oliveira**

Atividade Extra
**Benaia Sobreira de Jesus Lima**
**Carla Fernandes e Souza**
**Diego Mota Lima**
**Paula Andréa Prata Ferreira**
**Vanessa de Albuquerque**

Coordenação de Design Instrucional
**Flávia Busnardo**
**Paulo Miranda**

Design Instrucional
**Rommulo Barreiro**
**Letícia Terreri**

Revisão de Língua Portuguesa
**Paulo Cesar Alves**

Coordenação de Produção
**Fábio Rapello Alencar**

Capa
**André Guimarães de Souza**

Projeto Gráfico
**Andreia Villar**

Imagem da Capa e da Abertura das Unidades
**http://www.sxc.hu/photo/789420**

Diagramação
**Alessandra Nogueira**
**Juliana Fernandes**
**Ricardo Polato**

Ilustração
**Bianca Giacomelli**
**Clara Gomes**
**Fernado Romeiro**
**Jefferson Caçador**
**Sami Souza**

Produção Gráfica
**Verônica Paranhos**

# Sumário

| | | |
|---|---|---|
| **Unidade 14** | **Função Polinomial do 1º grau – Parte 1** | **5** |
| **Unidade 15** | **Função Polinomial do 1º grau – Parte 2** | **41** |
| **Unidade 16** | **Função Polinomial do 2º grau – Parte 1** | **89** |
| **Unidade 17** | **Função Polinomial do 2º grau – Parte 2** | **115** |

# Prezado(a) Aluno(a),

Seja bem-vindo a uma nova etapa da sua formação. Estamos aqui para auxiliá-lo numa jornada rumo ao aprendizado e conhecimento.

Você está recebendo o material didático impresso para acompanhamento de seus estudos, contendo as informações necessárias para seu aprendizado e avaliação, exercício de desenvolvimento e fixação dos conteúdos.

Além dele, disponibilizamos também, na sala de disciplina do CEJA Virtual, outros materiais que podem auxiliar na sua aprendizagem.

O CEJA Virtual é o Ambiente virtual de aprendizagem (AVA) do CEJA. É um espaço disponibilizado em um site da internet onde é possível encontrar diversos tipos de materiais como vídeos, animações, textos, listas de exercício, exercícios interativos, simuladores, etc. Além disso, também existem algumas ferramentas de comunicação como chats, fóruns.

Você também pode postar as suas dúvidas nos fóruns de dúvida. Lembre-se que o fórum não é uma ferramenta síncrona, ou seja, seu professor pode não estar online no momento em que você postar seu questionamento, mas assim que possível irá retornar com uma resposta para você.

Para acessar o CEJA Virtual da sua unidade, basta digitar no seu navegador de internet o seguinte endereço: http://cejarj.cecierj.edu.br/ava

Utilize o seu número de matrícula da carteirinha do sistema de controle acadêmico para entrar no ambiente. Basta digitá-lo nos campos "nome de usuário" e "senha".

Feito isso, clique no botão "Acesso". Então, escolha a sala da disciplina que você está estudando. Atenção! Para algumas disciplinas, você precisará verificar o número do fascículo que tem em mãos e acessar a sala correspondente a ele.

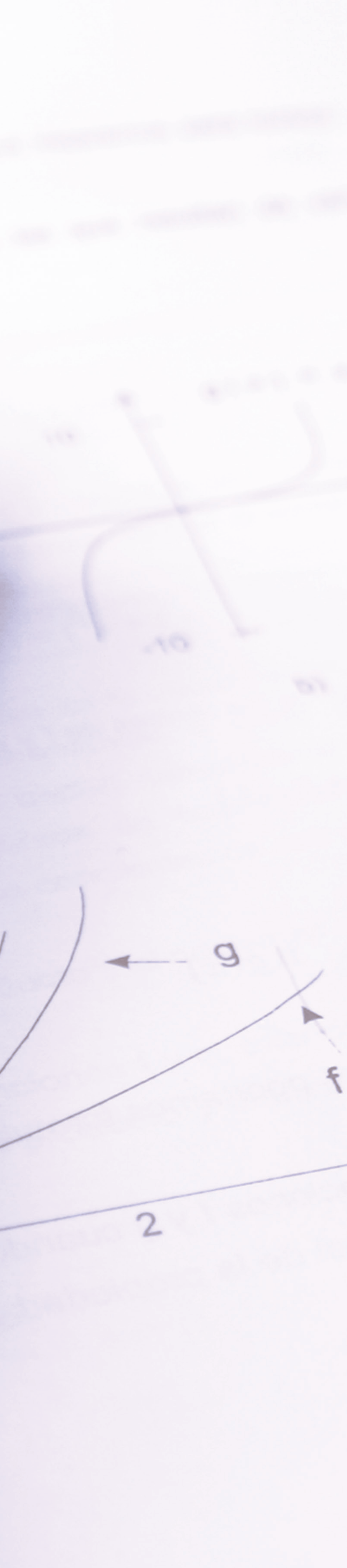
Bons estudos!


# Função Polinomial do 1º grau – Parte 1

Fascículo 5

Unidade 14

Fundação CECIERJ
Consórcio cederj




# Função Polinomial do 1º grau – Parte 1

## Para início de conversa...

Você sabe que, rotineiramente, usa conceitos matemáticos, mesmo que de forma intuitiva? Pois é isso mesmo! Conhecimentos formais da Matemática podem ajudar você a lidar com muitas situações com as quais se depara comumente. Quer ver alguns exemplos?

Você acha que é possível prever quanto gastarei para encher o tanque do meu carro sem precisar, de fato, enchê-lo? E será que o dinheiro que tenho é suficiente para contratar um *buffet* que cobra pela quantidade de convidados? Se eu sei o valor da **bandeirada** e a distância até o meu destino, será possível saber quanto custará a "corrida de táxi" até lá? E quantas unidades de um produto um vendedor precisa vender para que o salário recebido dê conta das suas despesas mensais?

Apesar de parecerem, à primeira vista, bastante distintos, estes problemas têm uma importante característica em comum: podem ser modelados e resolvidos mais facilmente por intermédio do conceito matemático de função afim, ou função polinomial do 1º grau. Vamos conhecê-lo?

**Bandeirada**

Valor fixo que se paga em uma corrida de táxi independente da distância percorrida.

## Objetivos de aprendizagem

- Reconhecer uma função polinomial do 1º grau;
- Calcular um valor da função polinomial do 1º grau;
- Encontrar o zero ou a raiz da função afim;
- Reconhecer situações problemas que envolvam função afim.
- Modelar problemas do dia a dia através da função afim;
- Resolver problemas que envolvam grandezas proporcionais.

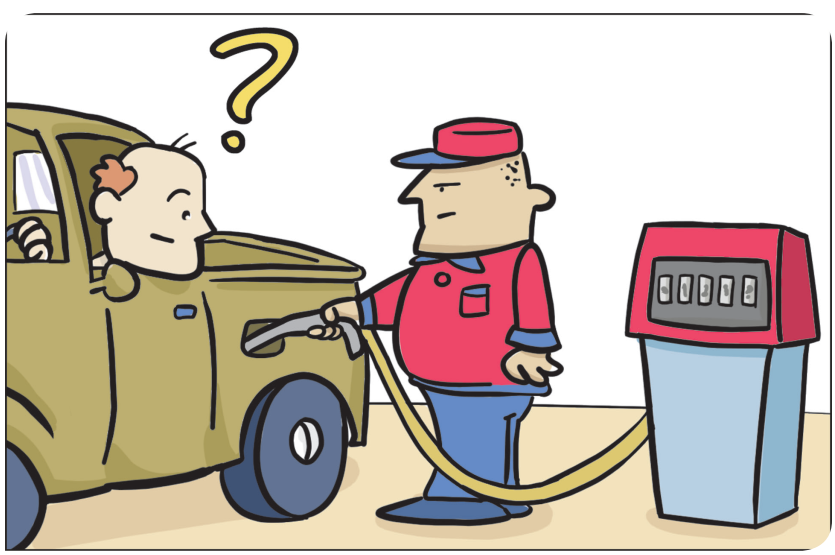
# Seção 1
## Reconhecendo a função afim

Vamos apresentar a seguir quatro problemas. É muito importante para o bom desenrolar desta aula que você tente resolvê-los do seu jeito – e quando falamos do seu jeito, realmente queremos dizer isso: procure encontrar a resposta para os problemas da mesma maneira que você faria, se tivesse de resolvê-los numa situação cotidiana. Convidamos você a só fazer a leitura da nossa solução depois de pensar bem direitinho em como faria a sua, ok?

**São Leopoldo** – Ontem, dependendo do posto de combustível selecionado para abastecer, alguns motoristas conseguiram economizar. No centro, em um posto localizado na BR-116, o preço da gasolina comum caiu de 2,65 para 2,59 reais, mesmo valor registrado por um outro posto da rodovia federal, na altura do bairro Rio dos Sinos.

(Retirado em: http://www.jornalvs.com.br/economia/379025/com-gasolina-em-queda-encher-o-tanque-fica-mais-barato.html)

Por exemplo, imagine que o litro da gasolina custe R$ 2,59. Será que é possível prever quanto custa encher o tanque de combustível completamente vazio do seu carro, sem precisar de fato enchê-lo? E, se for possível, como fazer para descobrir esse valor?



Pensou em como resolveria o problema do seu jeito? Pensou mesmo? Ótimo! Dê agora uma olhada nas nossas soluções. Esperamos que alguma delas  - ou uma combinação delas – seja muito parecida com a sua.

Então, muito bem, a primeira coisa a saber seria a capacidade total, em litros, desse tanque. Desse ponto para frente, existem muitas soluções. Uma delas seria a multiplicação direta: se um litro custa R$ 2,59, o número de litros do tanque cheio vai custar 2,59 vezes esse número; então, se a capacidade total do tanque for de 30 litros, o custo total do tanque cheio vai ser 2,59 x 30; se tiver 40 litros, o custo total vai ser 2,59 x 40, e assim por diante desde que esse tanque esteja vazio.

É comum também abastecer o veículo, não a partir do número de litros de combustível, mas do valor a ser pago. É comum pedir ao frentista que "coloque 20 reais de combustível" ou "que complete o tanque". Enquanto no primeiro caso o valor em reais já estaria dado por você, a *priori*, no segundo caso você também poderia alegar – e aí com bastante razão – que 2,59 é um número bem desagradável de multiplicar, ainda mais nas situações em que você estivesse colocando 17 litros de gasolina, sem uma calculadora por perto. Vem daqui, então, uma outra solução para a questão: fazer uma tabela com os valores. Ela seria mais ou menos como a que está abaixo e iria de 1 litro até o valor do tanque cheio.

| **Litros** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **...** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Valor em reais | 2,59 | 5,18<br>(2x2,59) | 7,77<br>(3x2,59) | 10,36<br>(4x2,59) | 12,95<br>(5x2,59) | 15,54<br>(6x2,59) | 18,13<br>(7x2,59) | |

Esse tipo de tabela é bastante comum em locais que trabalham com grande volume de vendas de uma mesma unidade – como lojas em que se fazem cópias xerox. Da próxima vez em que for a uma loja dessas, veja se encontra uma tabela dessas por lá. De qualquer forma, é importante destacar o processo de formação dessa tabela: um litro custa uma vez o valor do litro, dois litros custam duas vezes o valor do litro, três litros custam três vezes o valor do litro – e assim por diante. Mantenha isso em mente ao longo desta nossa conversa, ok?

Muito bem, vamos agora ao problema seguinte: Ana quer comemorar o aniversário de sua filha com um *buffet* que cobra por uma festa infantil R$ 500,00 fixos + R$ 30,00 por pessoa. Ana tem 80 convidados e fez uma reserva de R$ 3.200,00 para gastar com o buffet. Ana pode contratar esse *buffet*? Aliás, com esse valor, qual a quantidade máxima de pessoas que ela pode convidar? Novamente, vale aquela recomendação: faça do seu jeito, como se estivesse lidando com esse problema no seu dia-a-dia. Só depois dê uma olhada no que propomos como solução.

Podemos apresentar a solução? Muito bem! Uma maneira bastante comum de fazer o problema é simplesmente ir somando: como cada convidado custa 30 reais, 80 convidados custarão 80x30 = 2400 reais. Como o custo total é a soma do custo fixo (500 reais) com o custo dos convidados, teremos que o custo total da festa para os 80 convidados é de 500 + 2400 = 2900 reais. Como Ana tem 3200 reais guardados, poderá contratar o *buffet* e ainda sobrarão 300 reais.

Para responder à segunda parte da pergunta, poderíamos proceder de duas maneiras: a primeira seria descontar, do que ela tem reservado, os 500 reais do custo fixo (3200 – 500 = 2700) e, em seguida, dividir os 2700 reais que resultaram dessa operação pelo custo de cada convidado, 30 reais. Neste caso, teríamos 2700/30 = 90 convidados. A outra maneira seria ver que os 300 reais que sobrariam, caso Ana contratasse festa para 80 convidados, poderiam ser usados para contratar festa para mais convidados. Como cada convidado custa 30 reais, 300 reais seriam suficientes para chamar mais 10 convidados – além dos 80 contratados na primeira leva. Assim, seria possível contratar um máximo de 90 convidados.

Podemos expressar o valor P pago por Ana em função do número x de convidados: P = 30.x + 500.

Aqui, temos algumas ideias a destacar. A primeira delas é a de que o dinheiro guardado por Ana deu para contratar o *buffet* – o que teria acontecido, se Ana tivesse guardado, digamos, R$ 3210? Vá pensando nisso, que responderemos mais adiante. A outra ideia é a de que este problema tem algo muito importante em comum com o anterior: o custo total varia em função de uma determinada quantidade – e da mesma maneira. No caso do tanque, um litro custa R$ 2,59; dois litros custam duas vezes R$ 2,59, etc. No caso no *buffet*, um convidado custa R$ 30,00, dois convidados custam duas vezes R$ 30,00 etc. A diferença entre os exemplo está no fato de haver um custo fixo inicial para a festa e não haver um custo fixo inicial para o preenchimento do tanque. Uma festa para zero convidado custaria R$ 500, enquanto um tanque vazio custaria zero reais. Vá prestando atenção nisso ao longo da leitura dos próximos problemas, ok?

Agora observe os exemplos de Paulo e Sílvio e tente resolvê-los da sua maneira. Caso tenha dificuldades, uma boa dica é reler com atenção os exemplos anteriores.

Na cidade em que a irmã de Paulo, Patrícia, mora, a corrida de táxi é calculada da seguinte maneira: R$ 5,20 de bandeirada e R$ 1,05 por quilômetro rodado. Paulo chegou hoje à cidade para visitar sua irmã e desembarcou na rodoviária, que fica a 35 km da casa de Patrícia. Se Paulo pegar um táxi da rodoviária à casa de sua irmã, quanto ele vai gastar?

Você consegue ajudar Paulo a saber quanto ele vai gastar nesse trajeto? Pensou? Veja então se sua ideia foi mais ou menos como esta:

Como cada quilômetro custa R$ 1,05, temos que: 1 km custa R$ 1,05; 2 km custam R$ 2,10 (2x1,05); 3 km custam R$ 3,15 (3x1,05) e assim por diante. Como o trajeto de Paulo tem 35 km, temos que multiplicar 1,05 por 35 e encontraremos 36,75 (1,05x 35 = 36,75). Não podemos esquecer que ao entrar no táxi o passageiro paga, independente dos quilômetros rodados, um valor fixo, chamado bandeirada, nesse caso, no valor de R$ 5,20. Assim, o valor total do trajeto será de 36,75 (pelos quilômetros rodados) mais 5,20 (da bandeirada), que resulta em R$ 41,95.

Como expressar o valor V a ser pago em função da distância x percorrida em quilômetros? V = 1,05.x + 5,20.

Um outro problema é o Silvio que trabalha em uma loja, vendendo colchões. Todo mês, Silvio tem de fazer a seguinte conta para calcular seu salário: uma parte fixa de R$ 1.000,00 e R$ 60,00 por cada colchão vendido.

Nesse mês, a despesa mensal prevista por Sílvio será de R$ 3840,00. Quantos colchões, no mínimo, Sílvio deverá vender para que seu salário do mês cubra sua previsão de despesas?

E aí, descobriu qual a quantidade de colchões? Sim? Então observe como pensamos:

A despesa de Silvio, prevista nesse mês é de R$ 3840,00. Sabemos que ele ganha um salário fixo de R$ 1000,00. Assim, ainda faltam R$ 2840,00 (3840 – 1000) para que ele cubra suas despesas. Como ele ganha R$ 60,00 por colchão, uma maneira de descobrir quantos colchões ele deve vender para cobrir essa despesa é dividir o valor restante da despesa de R$2840 por 60 e encontraremos 47,333... (2480:60 = 47,333...). Como não é possível vender essa quantidade de colchão, podemos concluir que Silvio deverá vender, no mínimo, 48 colchões.

O salário S de Sílvio pode ser expresso em função da quantidade x de colchões vendidas por ele: S = 60.x + 1000.

Na próxima unidade, veremos como podemos representar esses problemas por meio de gráficos.

Será que você conseguiu perceber o que estes quatro problemas têm em comum? Ficou claro para você que um valor está sempre relacionado com outro? Ou melhor, que um valor varia sempre em função de outro?

Vamos relembrar: o valor gasto no posto ocorre em função da quantidade de combustível colocado, o valor do *buffet* varia em função do número de convidados, o valor a pagar na corrida do táxi se modifica em função dos quilômetros percorridos e o salário de Silvio varia em função da quantidade de colchões vendidos. Além disso, você percebeu que, em alguns casos, essa função pode ser composta de uma parte fixa mais um valor que varia sempre multiplicado por um número fixo?

Os exemplos apresentados podem ser modelados por expressões do tipo

$f(x) = ax + b$, em que $a$ e $b$ são números reais e o coeficiente $a$ deve ser diferente de zero. Uma função desse tipo é chamada de *função polinomial do 1º grau ou função afim.*

Não esqueça que os chamados coeficientes são números reais; portanto, os exemplos abaixo representam funções polinomiais do 1º grau.

f(x) = -3x - 8 onde a= -3 e b=-8

g(t) = 6t onde a = 6 e b = 0

h(x) = $\frac{3\times}{8}$-7,5 onde a = $\frac{3}{8}$ e b = -7,5

v(s) = s + $\sqrt{3}$ onde a = 1e b = $\sqrt{3}$

O coeficiente de x (nessa explicação, representado por *a*) é chamado de taxa de variação da função polinomial do 1º grau. Nos exemplos anteriores é fácil perceber que o coeficiente *a* determina como variam os valores da função: para cada novo convidado da festa de Ana, o valor do buffet aumenta R$30,00; para cada quilômetro rodado de táxi, o valor a ser pago aumenta R$1,05; para cada colchão vendido, o salário de Silvio aumenta R$60,00.

Saiba Mais

**Identificando funções afim.**

Analise se as funções abaixo são afins (do tipo $f(x) = ax + b, a, b \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$) e, em caso afirmativo, se os coeficientes estão nomeados corretamente.

a) f(x) = -1 + 6x  a = -1  b = 6

b) f(x) = $\frac{-4\times}{7}$ -8  a = $\frac{-4}{7}$  b = -8

c) f(x) = 9  a = 9  b = 0

d) f(x) = 0,25x  a= 0,25  b=0

Atividade 1

Anote suas respostas em seu caderno

# Seção 2
## Modelando e encontrando os valores da função afim

Você já conseguiu perceber como essa Matemática mais formal se aplica aos problemas da primeira seção? Se já conseguiu perceber, ótimo! Leia as próximas páginas atentamente para verificar se sua percepção coincide com a nossa. Se não conseguiu perceber, não tem problema! Explicamos tudo nas páginas seguintes. Vamos lá?

**Vamos começar pelo problema da Ana, que queria contratar o *buffet*, lembra?**

Ana quer comemorar o aniversário de sua filha com um *buffet* que cobra por uma festa infantil R$ 500,00 fixos e R$ 30,00 por pessoa. Ana tem 80 convidados e fez uma reserva de R$ 3 200,00 para gastar com o *buffet*. Ana pode contratar esse *buffet*?

Vejamos:

f(x): valor cobrado

x: número de convidados

Como, por cada convidado, ela paga R$ 30, devemos multiplicar x por 30, então, *a* por ser o número que multiplica x, deve ser substituído por 30.

$a = 30$

Além de cobrar por pessoa, o *buffet* cobra um valor que não varia, ou seja, constante de R$ 500. Então, devemos substituir o valor constante, nesse caso b, por 500.

$b = 500$

Assim:

$$f(x) = \quad 30 \quad . \quad x \quad + \quad 500$$

$$f(x) = \quad a \quad . \quad x \quad + \quad b$$

O valor cobrado vai variar em função do número de convidados. Essa relação será uma função do tipo $f(x) = ax + b$, $a, b \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$

Como Ana tem 80 convidados, substituiremos x por 80; logo:

$f(80) = 30 . 80 + 500$

$f(80) = 2400 + 500$

$f(80) = 2900$

Após realizar essas contas, você descobre que, se contratar esse buffet, Ana vai gastar R$ 2.900,00. Como Ana reservou R$ 3 200,00 para gastos com o *buffet*, ela poderá contratar esse serviço com tranquilidade.

**Voltando ao problema do posto, vamos representar:**

V(c) = valor a pagar (em Reais)

c = quantidade de combustível (em litros)

Como cada litro de combustível custa R$2,59, devemos multiplicar por 2,59 a quantidade de combustível, representada por c.

*a = 2,59*

Como não há um valor fixo, ou seja, só há cobrança se você colocar alguma quantidade de gasolina significa que não há um valor constante, sendo assim, o valor de b é zero.

*b = 0*

Desta maneira, nosso problema pode ser representado pela seguinte função:

$$\begin{array}{cccccc} V(c) = & 2{,}59 & . & c & + & 0 \\ \downarrow & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ f(x) = & a & . & x & + & b \end{array}$$

Isto é, V(c) = 2,59.c

**Lembra o problema do Paulo que tem de pegar o táxi da rodoviária até a casa da sua irmã? Então vamos modelá-lo:**

Modelando:

O valor da corrida vai variar em função dos quilômetros rodados.

q: número de quilômetros rodados

V(q): valor da corrida

Como cada quilômetro custa R$1,05, devemos multiplicar **q** por 1,05.

Além de cobrar por quilômetro, o taxista cobra um valor que não varia, chamado bandeirada, que custa R$ 5,20.

Assim:

$$\begin{array}{cccccc} V(q) = & 1{,}05 & . & q & + & 5{,}20 \\ \downarrow & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ f(x) = & a & . & x & + & b \end{array}$$

Após fazer essa correspondência, é possível perceber que essa situação pode ser modelada por uma função afim.

Como a distância da rodoviária a casa é de 35 km, substituiremos **q** por 35; logo:

V(35) = 1,05 . 35 + 5,20

V(35) = 36,75 + 5,20

V(35) = 41,95

Então, Paulo vai gastar R$ 41,95 no trajeto de táxi da rodoviária até a casa de sua irmã.

Vamos retomar o problema do Silvio para modelá-lo:

Modelando:

O salário de Sílvio varia em função da quantidade de colchões vendidos.

c: o número de colchões vendidos

*S(c):* salário de Sílvio

Como Sílvio ganha R$ 60 por colchão vendido, devemos multiplicar **c** por 60.

Além da comissão com a venda dos colchões, Sílvio ganha 1000 reais fixos.

Logo:

*S(c)* = 60 . c + 1000

f(x) = a . x + b

Após fazer essa correspondência, é possível perceber que essa situação também pode ser modelada por uma função afim.

Como Sílvio precisa de R$ 3.840 para cobrir suas despesas, substituiremos *S(c)* por 3840; logo:

S(c) = 1000 + 60c

3840 = 1000 + 60c

3840 - 1000 = 60 c

2840 = 60c

$c = \frac{2840}{60}$

c = 47,333...

Uma vez que não é possível vender 47,333... colchões, Sílvio precisa então vender, pelo menos, 48 colchões.

E aqui já respondemos à pergunta que fizemos quando falamos do problema da Ana. Lembra qual era? Constatamos que o valor que ela tinha guardado, R$ 3200, era o valor exato para contratar uma festa para 90 pessoas. Perguntamos o que aconteceria se ela tivesse guardado 3210 reais. Com esse valor, ela poderia contratar uma quantidade fracionária de pessoas – o que não existe no mundo real. Assim, com 3210 reais, ela continuaria podendo contratar uma festa para, no máximo, 90 pessoas. A diferença é que sobrariam 10 reais. Se ela juntasse mais 20 reais a estes 10 que sobraram, poderia convidar mais uma pessoa – a de número 91 - para a festa.

### Temperatura e função afim

Atividade 2

A temperatura é normalmente medida em duas escalas: graus Celsius (° C), como no Brasil, por exemplo, e graus Fahrenheit (° F), como nos países de língua inglesa.

Observe a reportagem a seguir:


Então, você saberia dizer em quantos graus Celsius ficou a temperatura em Nova Iorque, na madrugada passada?

Atividade 2

Importante

Você sabia que a relação entre as duas escalas também pode ser dada através da função afim?

$F = 1{,}8C + 32$, onde F é a medida da temperatura em graus Fahrenheit e C em graus Celsius.

Anote suas respostas em seu caderno

Atividade 3

## Alugando Carros com função afim

Em uma cidade turística, duas empresas de aluguel de carros praticam as seguintes taxas:

Empresa A – R$ 35,00 fixos e R$ 3,40 por quilômetro rodado

Empresa B – R$ 55,00 fixos e R$ 2,70 por quilômetro rodado

a. Encontre a função que representa o valor do aluguel da empresa A.

b. Encontre a função que representa o valor do aluguel da empresa B.

c. Se um cliente rodar 45 quilômetros, em qual das duas empresas ele vai pagar mais barato pelo aluguel do carro?

d. Existe alguma quilometragem em que é indiferente utilizar o serviço da empresa A ou da empresa B?

Anote suas respostas em seu caderno

# Seção 3
# Zero ou Raiz da função afim

Há alguns meses, Carla abriu seu próprio negócio para vender salgadinhos. Logo no início, Carla vendeu uma média de 1200 salgadinhos por mês. Empolgada com o sucesso do negócio, pediu para seu irmão, Antônio, descobrir quantos salgadinhos ela deveria vender por mês para continuar tendo **lucro**.

Para resolver o problema, Antônio modelou o lucro da venda de salgados da sua irmã e obteve a função $L(s) = 4s - 2340$, onde $L(s)$ é o valor do lucro e s é a quantidade de salgadinho vendida.

Com a função que Antônio obteve, você consegue ajudar Carla a descobrir essa informação?

| **Lucro** |
| --- |
| Ganho, vantagem ou benefício que se obtém de alguma coisa,ou com uma atividade qualquer. |

Antônio explicou à sua irmã as contas feitas para resolver o problema. Acompanhe a resolução e veja se seus pensamentos foram parecidos com os dele.

Ele explicou à Carla que ao descobrir a quantidade necessária que ela deve vender para cobrir seus custos, ou seja, não ter lucro nem **prejuízo**, toda venda a partir dessa quantidade será lucrativa. Lembrando que para não ter lucro nem prejuízo, o valor de L deve ser de zero Real. Assim, descobrindo a quantidade s de salgadinhos que precisam ser vendidos para que o "lucro" seja zero, L(s) = 0, ao vender qualquer quantidade maior que essa encontrada, ela terá lucro.

| **Prejuízo** |
| --- |
| Ato ou efeito de prejudicar, dano. |

Retomando a função encontrada por ele: L(s) = 4s – 2340 e com a informação que L(s) deve ser zero, teremos:

$L(s) = 4s - 2340$

$0 = 4s - 2340$

$4s = 2340$

$s = \dfrac{2340}{4}$

$s = 585$

Dessa maneira, se Carla vender 585 salgadinhos, seu "lucro" é de 0 real. Sendo assim, se Carla vender qualquer quantidade superior a 585 salgadinhos, ela terá lucro.

Em linguagem Matemática, dizemos que nessa função $L(s) = 4s - 2340$, $s = 585$ é o zero ou a raiz da função, pois quando s é substituído por 585, $L(s) = 0$

**Importante**

O valor da variável que torna o valor da função f(x) igual a zero, é chamado de zero ou raiz da função.

**Atividade 4**

## Encontrando a raiz

Determine os zeros das seguintes funções afins:

a. $f(r) = 5r - 9$

b. $g(x) = \frac{3}{4}x$

c. $h(t) = 6 + 4t$

d. $f(n) = \frac{n-1}{2}$

Anote suas respostas em seu caderno

### Física e função afim

Atividade 5

Em uma experiência, a posição (S) de uma partícula varia em função do tempo (t) e é expressa pela lei:

$S(t) = 20 + 5t$

a. Encontre o valor de t para que se tenha S(t) = 0.

b. Analise o resultado encontrado no item a e a situação problema proposta e veja se são compatíveis.

Anote suas respostas em seu caderno

# Seção 4
## Função linear, um caso particular

Celso é motorista de caminhão. Suponha que, em uma rodovia bem conservada, Celso consegue manter a velocidade constante de 85 km/h. Em quanto tempo Celso percorrerá os 510 km dessa rodovia?

Como a velocidade é constante, é possível montar a seguinte tabela:

| Tempo (horas) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Distância (quilômetros) | 85 | 170 | 255 | 340 | 425 | 510 |

Nesse caso, com o auxílio da tabela, você pode rapidamente identificar que Celso levará 6 horas para percorrer os 510 km da rodovia, a uma velocidade de 85 km/h. Mas, nem sempre esse resultado vem de maneira tão rápida.

Então, uma maneira de encontrar esse tempo sem o auxílio da tabela é modelar esse caso como uma função linear.

Importante

Função linear é um caso particular de função afim.

Função Linear $f(x) = ax + b$, $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ e $b = 0$, ou seja, $f(x) = ax$

No exemplo de Celso, o problema pode ser modelado da seguinte maneira:

A distância, em quilômetros, está em função do tempo decorrido: $f(x)$

Tempo, em horas, decorrido: $x$

Como a velocidade foi constante, de 85 km/h, significa que, a cada hora, Celso percorrerá 85 km.

Assim, podemos obter a função

$f(x) = 85x$

Como a distância é de 510 km, então $f(x) = 510$

$510 = 85x$

$x = \frac{510}{85}$

$x = 6$ h

Assim como na tabela, o tempo para que Celso percorra 510 km, a essa velocidade constante, é de 6 h.

Note que esse problema poderia ser resolvido de outra forma. Nesse caso, por se tratarem de grandezas diretamente proporcionais, a regra de 3 constituiria uma ferramenta para a solução do problema:

1 hora $\longrightarrow$ 85 km

x horas $\longrightarrow$ 510 km

Desse modo, $1/x = 85/510$, donde teremos que $x = 510/85 = 6$ horas.

Saiba Mais

Dizemos que a proporcionalidade é:

. Direta: enquanto uma grandeza é multiplicada por um fator k, a outra também é multiplicada pelo mesmo fator k;

. Inversa: enquanto uma grandeza é multiplicada por um fator k, a outra é multiplicada pelo inverso de k (ou seja, 1/k).

Quando temos situações que envolvem proporcionalidade direta, é sempre possível resolvê-las, modelando-as como função linear.

Um bom exemplo de modelagem por função linear é o nosso problema do posto. Veja só:

V(c) = 2,59 . c

onde:

V(c) = valor a pagar (em Reais)

c = quantidade de combustível (em litros)

Em geral, os tanques dos carros têm capacidade para 50 litros de combustível. Vamos supor que o tanque está vazio.

Assim, temos:

c = 50 litros

logo:

V(50) = 2,59 . 50

V(50) = 129,50 Reais

Para encher um tanque vazio com capacidade de 50 litros, com cada litro custando R$ 2,59, você vai precisar de R$ 129,50.

**No salão de beleza**

Ana é cabeleireira. Para realizar um tratamento em 5 clientes, com cabelos médios, ela gasta 3 potes de creme. Quantos potes desse mesmo creme ela vai gastar para fazer o tratamento em 8 clientes com cabelos médios?

Atividade 6


Anote suas respostas em seu caderno

# Conclusão

- Como foi possível observar ao longo dessa unidade, tanto função afim como a função linear (caso particular de função afim) são grandes aliadas na modelagem de situações para resolução de inúmeros problemas do dia a dia. Após esse estudo, estamos prontos para calcular valores, muitas vezes encontrados de maneira intuitiva, de uma função afim o que nos permite de uma maneira mais formal encontrar e prever resultados importantes em diversas situações. Também vimos exemplos da utilização do zero da função afim e desta maneira foi possível entender sua aplicabilidade.

- Outros campos, além da Matemática, fazem uso da função afim, como a Física, a Economia, etc. Ou seja, esse é um tema interdisciplinar.

- Portanto, aproveite todas as ferramentas e os conhecimentos adquiridos nessa unidade para facilitar seu cotidiano e para, quem sabe, elaborar teorias ousadas.

# Resumo

- Definição de função afim

  $y = ax + b$ ou $f(x) = ax + b$, $a, b \in \mathbb{R}$ $a \neq 0$

- Função linear

  Caso particular da função afim em que o coeficiente linear é zero ($b=0$).

  $f(x) = ax$, $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, $b = 0$

- Valor da função

Basta substituir na função o valor da variável desejado (nesse caso, o x que está sendo utilizado como a letra que representa a variável, como definido no tópico acima)

- Zero ou Raiz da Função afim

  Basta encontrar o valor de x, no qual $f(x) = 0$, ou seja:

  $ax + b=0$ $a, b \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$

# Veja Ainda

Uma opção interessante de atividade, envolvendo função afim, é essa sugestão de bingo dada por Ariana Costa Silva e Ana Paula Florencio Ferreira, em um artigo publicado no VI Encontro Paraibano de Educação Matemática, realizado em 2010. Você pode encontrar o passo a passo, as regras e os objetivos desse bingo diferente, acessando:

http://www.sbempb.com.br/anais/arquivos/trabalhos/re-17498113.pdf

Se você se interessa por matemática e física você pode acessar o site

http://www.mundoeducacao.com.br/matematica/funcao-afim-aplicada-cinematica.htm e acompanhar um exemplo de aplicação de função afim (Matemática) na cinemática (Física).

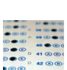
## Referências

### Livros


- ALMEIDA, Nilze de; DEGENSZAJN, David; DOLCE, Osvaldo; IEZZI, Gelson; PÉRIGO, Roberto. **Matemática Ciência e Aplicações 1**. Segunda Edição. São Paulo: Atual Editora, 2004.157p.
- BOYER, Carl B. **História da Matemática**. São Paulo: Editora Edgard Blücher, 1996.
- CARVALHO, Paulo Cezar Pinto; LIMA, Elon Lages; MORGADO, Augusto César; WAGNER, Eduardo. **Temas e Problemas**. Terceira Edição. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2001. 193 p.
- ________________________. **A Matemática do Ensino Médio Volume 1**. Sétima Edição. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2004. 237 p.
- DANTE, Luiz Roberto. **Matemática Contexo e Aplicações Volume 1**. Primeira Edição. São Paulo: Editora Ática, 2011. 240p.
- FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. **Novo Aurélio Século XXI: o dicionário da língua portuguesa**. Quinta Edição. Rio de Janeiro: Editora Nova Fronteira, 1999. 2128 p.

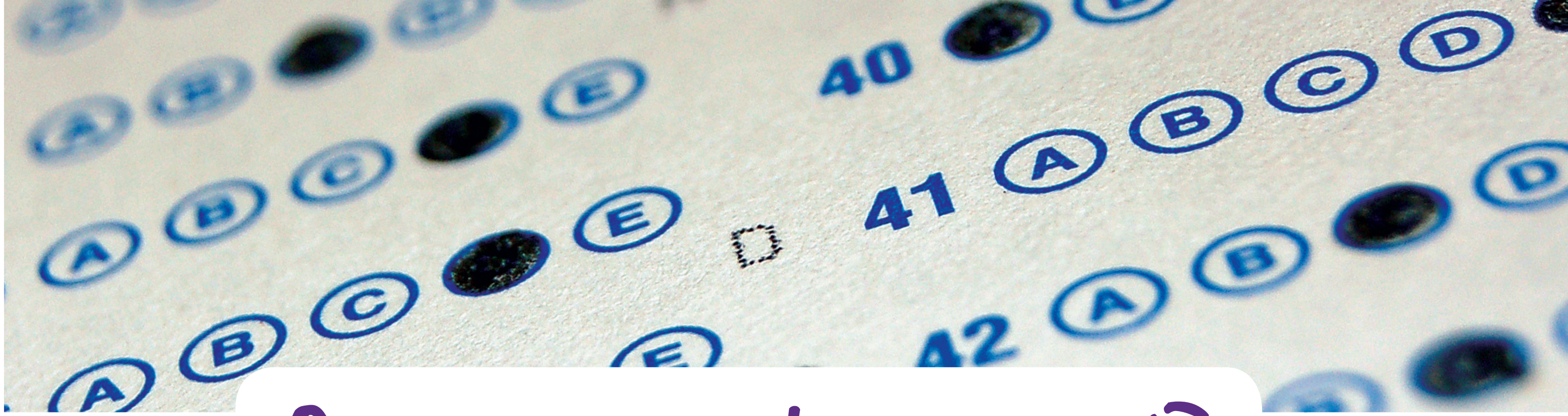

### Imagens


- http://www.sxc.hu/photo/475767



- http://www.sxc.hu/photo/517386

- http://www.sxc.hu/985516_96035528




# O que perguntam por aí?

(Enem 2004)

> **VENDEDORES JOVENS**
> **Fábrica de LONAS - Vendas no Atacado**
> **10 vagas para estudantes, 18 a 20 anos, sem experiência.**
> **Salário: R$ 300,00 fixo + comissão de R$ 0,50 por m$^2$ vendido.**
> **Contato: 0xx97-43421167 ou atacadista@lonaboa.com.br**

Na seleção para as vagas deste anúncio, feita por telefone ou correio eletrônico, propunha-se aos candidatos uma questão a ser resolvida na hora. Deveriam calcular seu salário no primeiro mês, se vendessem 500m de tecido, com largura de 1,40 m, e, no segundo mês, se vendessem o dobro. Foram bem sucedidos os jovens que responderam, respectivamente,

a) R$ 300,00 e R$ 500,00.

b) R$ 550,00 e R$ 850,00.

c) R$ 650,00 e R$ 1000,00.

d) R$ 650,00 e R$ 1300,00.

e) R$ 950,00 e R$ 1900,00.

**Resposta:** Letra c

**Comentários:**

Para calcular quantos metros quadrados foram vendidos, devemos multiplicar a largura pelo comprimento:

$500.\ 1,4 = 700$

1º mês: venda -700 m$^2$

Salário: $300 + 0,5.700$

Salário: $300 + 350$

Salário: 650

2º mês: dobro de venda – $2\ .\ 700 = 1400$ m$^2$

Salário: $300 + 0,5.1400$

Salário: $300 + 700$

Salário: 1000

**Saiba Mais**

Observe que, dobrando a venda, não dobramos o salário. Qual deveria ser a venda, então, para dobrar o salário do 1º mês?

**Respostas das Atividades**

### Atividade 1

a) É função afim, contudo os coeficientes são $a = 6$ e $b = -1$

b) É função afim e coeficientes estão corretos.

c) Não é função afim, pois nesse caso $a= 0$.

d) É função afim e coeficientes estão corretos.

Respostas das Atividades

## Atividade 2

Como a relação é

$F = 1{,}8C + 32$

e a temperatura em Nova Iorque foi de 8º F, temos:

$8 = 1{,}8C + 32$

$1{,}8C = 8 - 32$

$1{,}8C = -24$

$C = -13{,}333...$

Logo, a temperatura foi de aproximadamente -13,3º C.

## Atividade 3

a) Modelando:

Valor cobrado pela empresa A:

$A(q) = 3{,}40q + 35$

b) Modelando:

Valor cobrado pela empresa B:

$B(q) = 2{,}70q + 55$

c) Calculando

$A(45) = 3{,}4.45 + 35$

$A(45) = 153 + 35$

$A(45) = 188$

$B(45) = 2{,}7.45 + 55$

$B(45) = 121{,}5 + 55$

B(45) 176,50

Ele pagará mais barato se contratar a empresa B.

d) Devemos procurar um valor q tal que A(q) = B(q). Temos

$3{,}40q + 35 = 2{,}70q + 55$

$0{,}70q = 20$

$q = 20/0{,}70 = 28{,}57$ (aproximadamente)

## Atividade 4

a) $5r - 9 = 0$

$5r = 9$

$r = \frac{9}{5}$

b) $\frac{3}{4}x = 0$

$x = 0$

c)$6 + 4t = 0$

$4t = -6$

$t = \frac{-6}{4}$

e) $\frac{n-1}{2} = 0$

$n - 1 = 0.2$

$n - 1 = 0$

$n = 1$

## Atividade 5

a) $20 + 5t = 0$

$5t = -20$

t = -20/5

t = -4

b) Como o zero da função é negativo, ele não é compatível com a situação problema, pois não é possível tempo negativo em situações cotidianas.

## Atividade 6

Modelando o problema

$$P(c) = \frac{3c}{5}$$

p - representa o número de potes de creme

c - representa a quantidade de clientes

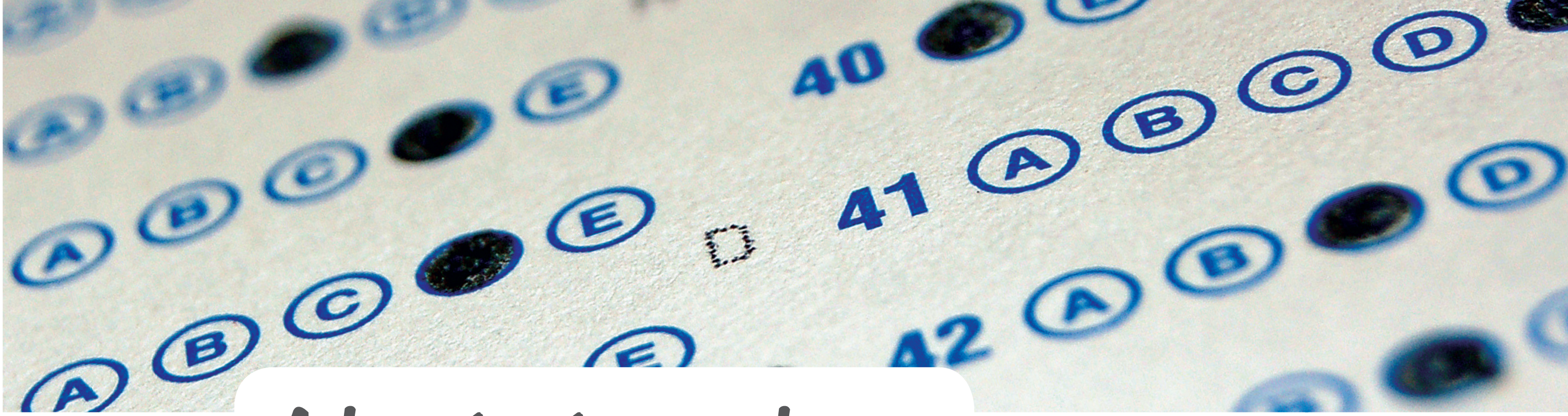
como são 8 clientes, temos:

$$P(8) = \frac{3 \cdot 8}{5}$$

P(8) = 24/5

P(8) = 4,8

Ou seja, Ana vai precisar de um pouco menos de 5 potes de creme.



# Atividade extra

## Exercício 1

Um vendedor possui um gasto mensal de R$ 550,00 e cada produto é vendido por R$ 5,00. Sua renda é variável dependendo de suas vendas no mês.

Que função representa o lucro desse vendedor em função da arrecadação *x*, em reais?

(a) $f(x) = 5x - 550$ (c) $f(x) = 500 - 5x$

(b) $f(x) = 5x + 550$ (d) $f(x) = 500 + 5x$

## Exercício 2

O salário mensal dos empregados de uma empresa é constituído de uma parte fixa de R$ 700,00 e uma parte variável correspondente a produtividade.

Que função dá o salário dos funcionário dessa empresa?

(a) $f(x) = 700x$ (c) $f(x) = x + 700$

(b) $f(x) = x - 700$ (d) $f(x) = 10x + 700$

## Exercício 3

A lucratividade de uma empresa é representada pela função $L(v) = 3v - 300$, sendo *v* o número de produtos vendidos.

Qual o número mínimo de produtos vendidos para que a empresa não tenha prejuízo?

(a) 50 (b) 100 (c) 150 (d) 200

## Exercício 4

A posição de uma partícula é dada pela função $S(t) = 15 - 3t$, sendo t o tempo gasto dessa partícula em segundos. Quanto tempo a partícula gastará para chegar a posição zero?

(a) 3s (b) 4s (c) 5s (d) 6s

## Exercício 5

A lucratividade de uma imobiliária é representado pela função $f(x) = 30x - 600$, sendo x o número de terrenos vendidos. Qual a quantidade mínima de terrenos que essa imobiliária tem que vender para ter lucro?

(a) 20 (b) 21 (c) 30 (d) 60

## Exercício 6

Um veículo mantém uma velocidade constante de 105 km/h. Qual o tempo gasto por esse veículo após percorrer 525 km?

(a) 3 horas (b) 4 horas (c) 5 horas (d) 7 horas

## Exercício 7

Um posto de combustível oferece um preço promocional de R$ 1,99 por litro, se o cliente abastecer a partir de 30 litros. Qual o valor pago por um cliente que abasteceu 50 litros de combustível?

(a) R$ 90,50 (b) R$ 50,00 (c) R$ 99,50 (d) R$ 199,00

## Exercício 8

O proprietário de uma fábrica de chinelos verificou que, quando se produziam 600 pares de chinelos por mês, o custo total da empresa era de R$14000,00 e quando se produziam 900 pares o custo era de R$15.800,00. O gráfico que representa a relação entre o custo mensal (*C*) e o número de chinelos produzidos por mês (*x*) é formado por pontos de uma reta.

Qual o valor do custo máximo mensal, em reais, se a capacidade máxima de produção da empresa for de 1.200 chinelos/mês?

(a) 17.600 (b) 16.700 (c) 15.760 (d) 17.700

## Exercício 9

Uma grande empresa recebeu 5750 currículos de profissionais interessados em participar do processo de seleção para preenchimento de vagas de estágios. O departamento de Recursos Humanos (RH) da empresa é capaz de, por meio de uma triagem, descartar 300 currículos por semana, até que sobrem 50 nomes de candidatos que participarão do processo de seleção.

Após quantas semanas serão conhecidos os nomes dos 50 candidatos?

(a) 17 (b) 18 (c) 19 (d) 20

## Exercício 10

A um mês de uma competição, um atleta de 75 kg é submetido a um treinamento específico para aumento de massa muscular, em que se anunciam ganhos de 180 gramas por dia.

Qual será o "peso" desse atleta após uma semana desse treinamento?

(a) 76,16kg (b) 76,26kg (c) 76,62kg (d) 76, 21kg

## Exercício 11

Em uma cidade, a empresa de telefone está promovendo a linha econômica. Sua assinatura é R$ 20,00, incluindo 100 minutos a serem gastos em ligações locais para telefone fixo. O tempo de ligação excedente é tarifado em R$ 0,10 por minuto. Qual a lei da função que representa o valor (*V*) mensal da conta?

## Exercício 12

Uma locadora possui um custo mensal de R$ 540,00 e o preço do aluguel dos DVDs é de R$ 4,50. Quantos DVDs alugados serão necessários para que essa locadora não tenha prejuízo?

## Exercício 13

O rendimento mensal, em reais, de uma aplicação financeira é expressada pela função $f(x) = 2x + 20$, sendo $x$ a quantidade de meses da aplicação. Quantos meses serão necessários para que o rendimento seja igual a 36 reais?

## Exercício 14

Os preços dos produtos de um mercado sofrerão aumentos de 2% nesse mês e mais R$ 0,14 no próximo mês.

Qual a expressão que representa os preços dos produtos ao final desse período?

## Exercício 15

A lucratividade de uma empresa é dada pela função $L(x) = 750x - 10510$, sendo $x$ a quantidade de meses.

Quantos meses, no mínimo, serão necessários para que essa empresa tenha lucro?

# Gabarito

## Exercício 1

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| ● | ○ | ○ | ○ |

## Exercício 2

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| ○ | ○ | ● | ○ |

## Exercício 3

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| ○ | ● | ○ | ○ |

## Exercício 4

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| ○ | ○ | ● | ○ |

## Exercício 5

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| ○ | ● | ○ | ○ |

## Exercício 6

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| ○ | ○ | ● | ○ |

## Exercício 7

A B C D

○ ○ ● ○

## Exercício 8

A B C D

● ○ ○ ○

## Exercício 9

A B C D

○ ○ ● ○

## Exercício 10

A B C D

○ ● ○ ○

## Exercício 11

$V(x) = 20 + 0{,}1x$.

## Exercício 12

120 DVD’s.

## Exercício 13

8 meses.

## Exercício 14

*f* $(x) = 1{,}02x + 0{,}14$

## Exercício 15

14 meses.