CEJA >>

CENTRO DE EDUCAÇÃO
de JOVENS e ADULTOS

MATEMÁTICA

e suas TECNOLOGIAS >>

Fascículo 4

Unidades 11, 12 e 13

Edição revisada 2016

GOVERNO DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

Governador
Luiz Fernando de Souza Pezão

Vice-Governador
Francisco Oswaldo Neves Dornelles

SECRETARIA DE ESTADO DE CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO

Secretário de Estado
Gustavo Reis Ferreira

SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO

Secretário de Estado
Antônio José Vieira de Paiva Neto

FUNDAÇÃO CECIERJ

Presidente
Carlos Eduardo Bielschowsky

PRODUÇÃO DO MATERIAL CEJA (CECIERJ)

Coordenação Geral de Design Instrucional
Cristine Costa Barreto

Coordenação de Matemática
Agnaldo da C. Esquincalha
Gisela M. da F. Pinto
Heitor B. L. de Oliveira

Revisão de conteúdo
José Roberto Julianelli
Luciana Getirana de Santana

Elaboração
Cléa Rubinstein
Daniel Portinha Alves
Heitor B. L. de Oliveira
Leonardo Andrade da Silva
Luciane de P. M. Coutinho
Maria Auxiliadora Vilela Paiva
Raphael Alcaires de Carvalho
Rony C. O. Freitas
Thiago Maciel de Oliveira

Atividade Extra
Benaia Sobreira de Jesus Lima
Carla Fernandes e Souza
Diego Mota Lima
Paula Andréa Prata Ferreira
Vanessa de Albuquerque

Coordenação de Design Instrucional
Flávia Busnardo
Paulo Miranda

Design Instrucional
Rommulo Barreiro
Letícia Terreri

Revisão de Língua Portuguesa
Paulo Cesar Alves

Coordenação de Produção
Fábio Rapello Alencar

Capa
André Guimarães de Souza

Projeto Gráfico
Andreia Villar

Imagem da Capa e da Abertura das Unidades
http://www.sxc.hu/photo/789420

Diagramação
Equipe Cederj

Ilustração
Bianca Giacomelli
Clara Gomes
Fernado Romeiro
Jefferson Caçador
Sami Souza

Produção Gráfica
Verônica Paranhos

Sumário

Prezado(a) Aluno(a),

Seja bem-vindo a uma nova etapa da sua formação. Estamos aqui para auxiliá-lo numa jornada rumo ao aprendizado e conhecimento.

Você está recebendo o material didático impresso para acompanhamento de seus estudos, contendo as informações necessárias para seu aprendizado e avaliação, exercício de desenvolvimento e fixação dos conteúdos.

Além dele, disponibilizamos também, na sala de disciplina do CEJA Virtual, outros materiais que podem auxiliar na sua aprendizagem.

O CEJA Virtual é o Ambiente virtual de aprendizagem (AVA) do CEJA. É um espaço disponibilizado em um site da internet onde é possível encontrar diversos tipos de materiais como vídeos, animações, textos, listas de exercício, exercícios interativos, simuladores, etc. Além disso, também existem algumas ferramentas de comunicação como chats, fóruns.

Você também pode postar as suas dúvidas nos fóruns de dúvida. Lembre-se que o fórum não é uma ferramenta síncrona, ou seja, seu professor pode não estar online no momento em que você postar seu questionamento, mas assim que possível irá retornar com uma resposta para você.

Para acessar o CEJA Virtual da sua unidade, basta digitar no seu navegador de internet o seguinte endereço: http://cejarj.cecierj.edu.br/ava

Utilize o seu número de matrícula da carteirinha do sistema de controle acadêmico para entrar no ambiente. Basta digitá-lo nos campos “nome de usuário” e “senha”.

Feito isso, clique no botão “Acesso”. Então, escolha a sala da disciplina que você está estudando. Atenção! Para algumas disciplinas, você precisará verificar o número do fascículo que tem em mãos e acessar a sala correspondente a ele.

Bons estudos!

Estudo de funções
Parte 1

Fascículo 4

Unidade 12

Fundação CECIERJ
Consórcio cederj

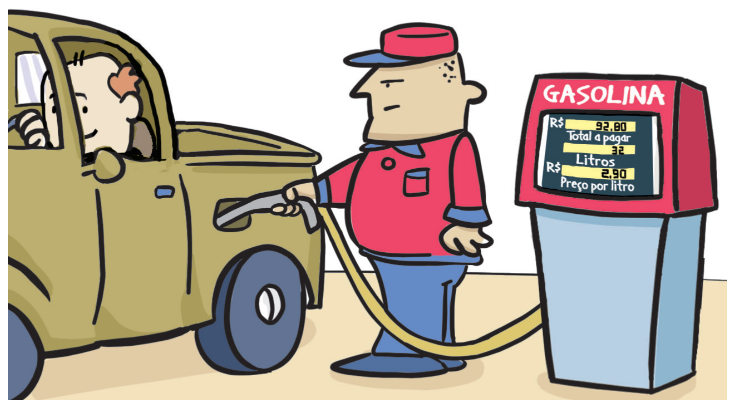
Estudo de funções – Parte 1

Para início de conversa...

A ideia de função é muito utilizada na Matemática e em outras áreas como Biologia, Física, Química, assim como em diferentes situações do nosso dia a dia.

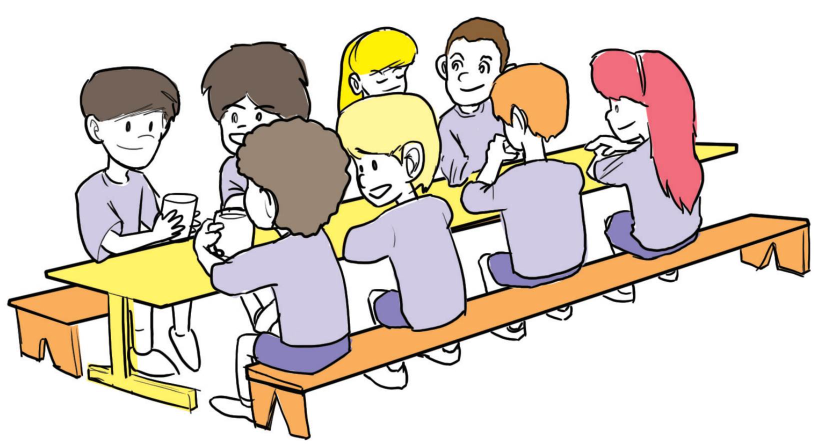
Veja alguns exemplos:

Num posto de gasolina



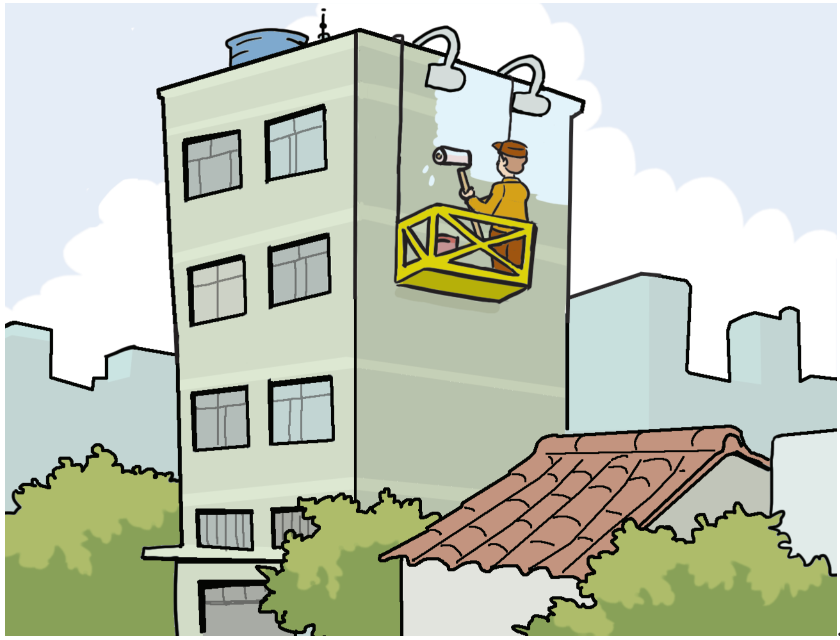
O preço a pagar depende da quantidade de gasolina colocada.

Numa Escola



A quantidade de merenda **depende** da quantidade de crianças.

Numa Escola



A quantidade de tinta consumida depende da área a ser pintada.

Em cada um destes exemplos foram destacadas duas grandezas que variam, de maneira que a variação de uma depende da variação da outra.

Este fato é importante para a compreensão do conceito de **função** que vamos estudar a seguir.

Numa função há duas variáveis: a variável **independente**, que pode assumir qualquer valor em um conjunto determinado e a variável **dependente**, cujos valores são calculados a partir da 1ª variável.

Objetivos de aprendizagem

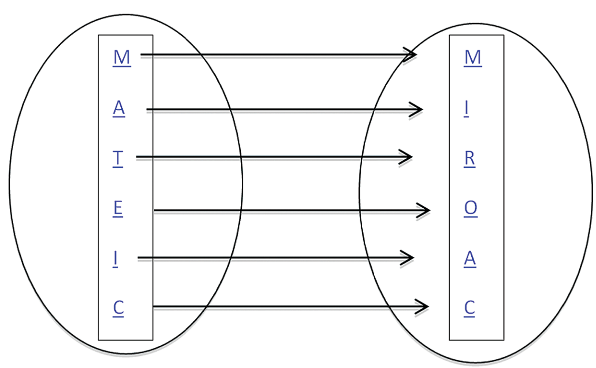
- Construir a ideia de função utilizando situações-problema da aritmética, geometria e álgebra.
- Reconhecer as noções de variáveis, dependência, regularidade.
- Escrever a expressão algébrica que representa uma relação entre duas grandezas que apresenta regularidade, ou seja, um padrão de comportamento.
- Reconhecer que, toda vez que duas grandezas variam proporcionalmente, a relação entre elas é uma função.

Seção 1
Relações e funções

No decorrer das guerras, os códigos para a transmissão de mensagens secretas foram fator importante nas conquistas de várias batalhas.

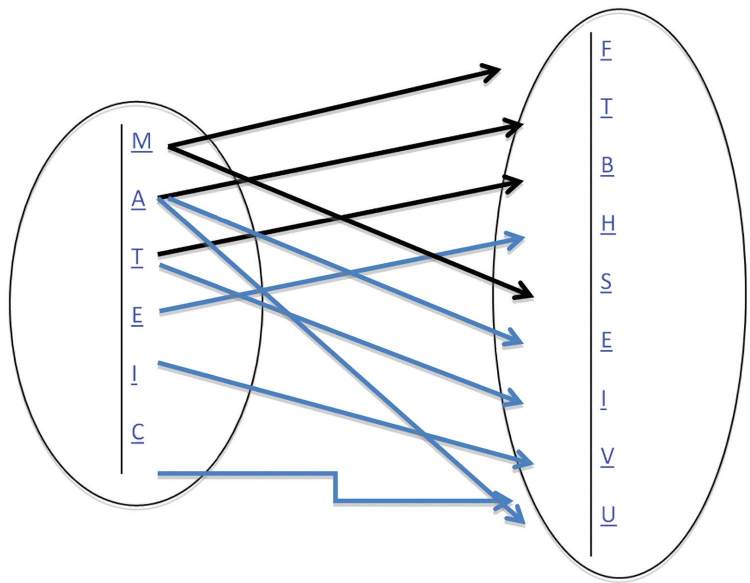
Um código muito conhecido é o chamado sistema “ZENIT-POLAR”, que consiste, basicamente, em substituir as letras das palavras a serem cifradas de acordo com a regra estabelecída no nome do sistema: trocamos todos os Zs por Ps– e vice versa, todos os Es por Os – e vice versa, todos os Ns por Ls – e vice-versa, e assim até o final. As letras que não constam do nome do sistema, como o M, J, K, etc permaneceriam inalteradas.

Baseado neste código, a querida Matemática resulta em uma criptografia transformada em Miromiraci. Lembrando a aula de teoria dos conjuntos, a gente poderia representar a transformação de Matemática em Miromiraci assim:



No conjunto à esquerda estão as letras da palavra matemática e no conjunto da direita as letras da palavra miromiraci. O sistema de criptografia Zenit-Polar faria justamente essa ponte, estabeleceria essa relação entre os elementos de um conjunto e os de outro.

Durante a Segunda Guerra Mundial, os militares alemães, por exemplo, usavam uma sofisticada máquina chamada Enigma para encriptar suas mensagens. A máquina continha até oito tambores articulados e que se moviam durante a digitação – o que, a muito grosso modo, fazia com que a tabela de correspondência mudasse a cada letra digitada. Assim, uma palavra seria codificada de uma quantidade gigantesca de maneiras diferentes, mesmo quando digitada repetidas vezes numa mesma mensagem! Quer experimentar? Dê um pulo em http://enigmaco.de/enigma/enigma.html, para acessar a versão online da máquina Enigma de três tambores. Foi nessa mesma máquina que entramos com a palavra matemática e obtivemos ftbhseivvu. Vamos representar essa relação no diagrama?



E aqui, apontamos uma diferença significativa entre essa relação e anterior: enquanto na relação do Zenit-Polar cada elemento do conjunto da esquerda estava relacionado a um único elemento do conjunto da direita, na relação da máquina Enigma há elementos do conjunto da esquerda que estão associados a mais de um elemento do conjunto da direita: o M está associado a dois elementos (o F e o S), o A está associado a três elementos (o T, o E e o U) e o T está associado dois elementos (o B e o I). Por isso, repetindo, quando cada elemento do conjunto da esquerda está associado a um único elemento do conjunto da direita, como no primeiro caso, dizemos que a relação do Zenit-Polar é uma função. E, como na relação da Enigma há pelo menos um elemento do conjunto da esquerda associado a mais de um elemento do conjunto da direita, dizemos que essa relação não é uma função. Veja: a relação existe – tanto que a mensagem podia ser decodificada – e é determinada pela combinação das inúmeras chaves e tambores da máquina. Ela só não é uma função.

Seção 2
Mais sobre a noção de função

Exemplos de funções

Na seção anterior você observou exemplos de relações entre dois conjuntos. No exemplo do sistema criptográfico Zenit-Polar, a relação estabelece uma correspondência entre os elementos dos dois conjuntos de letras em que a cada letra do 1º conjunto corresponde apenas a uma letra no 2º conjunto. Esta relação é uma função. Já no outro sistema criptográfico, mais complexo, isto não acontece. Nesse caso a relação não é uma função.

Vamos apresentar agora alguns exemplos de funções determinando, quando possível, a expressão matemática que representa cada uma. No entanto, é preciso ter em mente que para determinar a expressão Matemática é necessário identificar o padrão de comportamento ou regularidade.

1º) Um litro de gasolina está custando R$ 2,83 em um posto de combustível da minha cidade. Veja a tabela que mostra os valores a pagar para se colocar gasolina no tanque de um carro.

Litros	1	2	3	4	5	6	...	30
Preço a pagar (R$)	2,83	5,66	8,49	11,32	14,15	16,98	...	84,90

O que mostra essa tabela?

O preço (**VARIÁVEL DEPENDENTE**) a pagar depende da quantidade de litros de gasolina (**VARIÁVEL INDEPENDENTE**) que forem colocados no tanque, ou seja, o preço será igual à quantidade de litros multiplicada pelo preço de 1 litro de gasolina que é R$ 2,83. Neste caso, dizemos que o preço a pagar é função da quantidade de litros colocados no tanque. Será que você consegue escrever uma expressão matemática que represente essa função?

2º) Um professor resolveu brincar com a turma de "adivinhe a regra". Ele dizia um número para um aluno e ele respondia outro número de acordo com uma regra previamente combinada. Vamos adivinhar qual é essa regra?

Veja a tabela com alguns números escolhidos pelo professor e os números que o aluno respondeu.

Número escolhido	1	3	4	6	8
Número respondido	1	5	7	11	15

Conseguiu descobrir a regra? Parabéns! Mas se não conseguiu, não tem problema, vamos contar para você: os números respondidos pelo colega são iguais ao dobro do número escolhido pelo professor menos 1. Neste caso, também dizemos que o número respondido é função do número escolhido. Será que você consegue escrever uma expressão matemática que represente essa função? Veja nossa resposta logo depois do terceiro exemplo.

3º) Na bula de um remédio pediátrico está indicado a posologia (modo de usar) da seguinte maneira: *2 gotas a cada kg de peso*

Peso em kg (P)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Nº de gotas (G)	2	4	6	8	10	12	14	16	18

O número de gotas de remédio (**VARIÁVEL DEPENDENTE**) a serem administradas, depende do peso da criança (**VARIÁVEL INDEPENDENTE**) e podemos escrever a seguinte expressão matemática: G = 2 P.

Dizemos que **G é função de P**.

Vamos ver agora como ficam as expressões matemáticas dos outros exemplos.

No caso do exemplo 1, se representarmos por P o valor a ser pago e por L a quantidade de litros colocados, podemos escrever que $P = 2{,}83 \times L$. Como o preço a pagar é função da quantidade de litros colocados no tanque,dizemos que **P é função de L**.

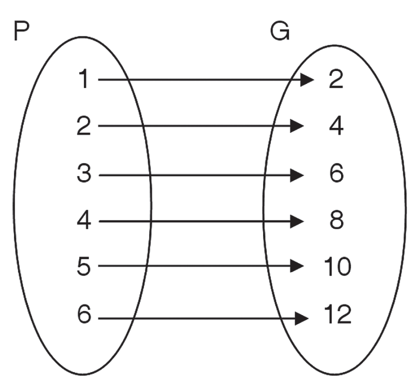
No exemplo 2, se chamarmos de R o número respondido pelo aluno e n é o número escolhido pelo professor, podemos dizer que a expressão que representa essa regra é: $R = 2n - 1$. Como o número respondido é função do número escolhido, dizemos que **R é função de n**.

Representação de uma função por diagrama

Além da representação por tabela, podemos também representar uma função por diagramas usando conjuntos e flechas para indicar a relação de correspondência entre as grandezas.

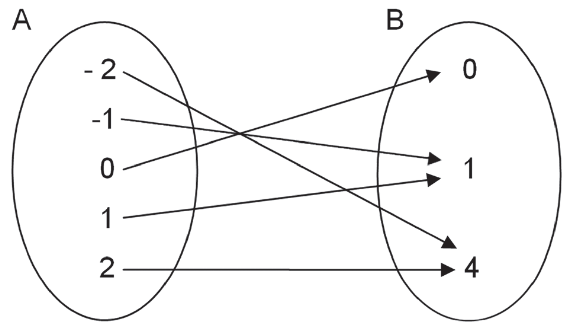
1º) Veja a representação da função do 3º exemplo.

Chamamos de P o conjunto de alguns valores que indicam os pesos e G o conjunto dos valores que indicam a quantidade de gotas correspondentes.



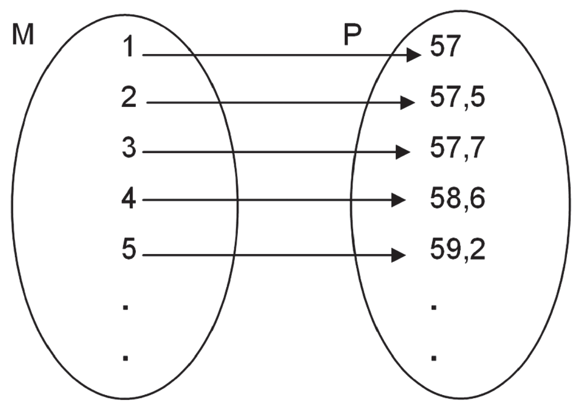
Podemos observar que **a cada valor que indica o peso**, corresponde **um único valor** que indica a quantidade de gotas do remédio

2º) Temos A = {-2, -1, 0,1,2} e B = {0, 1 4} e a expressão matemática que representa essa correspondência é $y = x^2$, onde x é elemento de A e y é elemento de B.



Neste diagrama, vemos que cada valor do conjunto A tem **um único** valor correspondente no conjunto B, portanto o diagrama está representando uma função de A em B.

3º) Observe o diagrama que mostra a relação entre tempo de gravidez M (em meses) e o peso de uma gestante P (em kg).



O peso da gestante é **função** do tempo de gestação, pois a cada mês a gestante terá apenas um peso. No entanto, neste caso não é possível determinar uma expressão matemática para indicar esta dependência. Além da variação do peso não seguir nenhum padrão, ela também muda de acordo com a gestante.

Situação Problema 1

Manuel e Solange resolveram brincar de "adivinhe a regra". Solange dizia um número e Manuel respondia outro. O objetivo do jogo é, depois de alguns exemplos, descobrir qual regra Manuel estava aplicando. Para ajudar a descobrir, Solange construiu uma tabela com os números que ela disse em uma coluna e o número que Manuel respondeu, em cada caso, em outra coluna. Veja como ficou a tabela:

Número dito por Solange (s)	Número respondido por Manuel (m)
0	-1
2	3
-1	-3
1	1
4	7

a. Descubra a regra que Manuel usou.

b. O número respondido por Manuel depende do número dito por Solange?

c. Podemos dizer que o número respondido por Manuel (m) é função do número dito por Solange(s)? Por quê?

Situação Problema 2

Uma pessoa está dirigindo em uma estrada, com uma velocidade constante de 80km/h.

a. Construa uma tabela usando t para representar o tempo (em horas) que a pessoa dirigiu, e d para representar a distância percorrida (em km).

b. Existe uma função entre essas duas grandezas? Por quê?

c. Escreva a sentença matemática que representa essa função.

Situação Problema 3

Temos A = { 0, 1, 4, 9} e B = { 0, 1, -1, 2, -2, 3, -3} e a expressão matemática que representa uma correspondência entre A e B é $y = \sqrt{x}$, onde x é elemento de A e y é elemento de B.

Faça um diagrama que represente essa correspondência e verifique se ela é uma função de A em B, justificando a resposta. Todos os elementos de B recebem flechas vindas de A?

Importante

Raiz quadrada de um número real não negativo (x) é um valor também real e não negativo que, se multiplicado por si mesmo, é igual a x.

Por exemplo: A raiz quadrada de 9 é 3, porque 3 . 3 = 9. Observe que definimos a raiz quadrada de um número real não negativo como sendo um número real não negativo. Portanto, mesmo sabendo que (- 3) . (- 3) = 9, não podemos dizer que – 3 também seja uma raiz quadrada de 9.

Situação Problema 4

Em um estacionamento, são cobradas as seguintes tarifas:

1 hora: R$3,00

Após a 1ª hora: R$2,00 por hora excedente.

a. Faça uma tabela apresentando o número de horas que um carro permaneceu no estacionamento (h) e o valor a pagar em reais(r).

b. O valor a pagar é função do número de horas que o carro permanecerá no estacionamento? Explique.

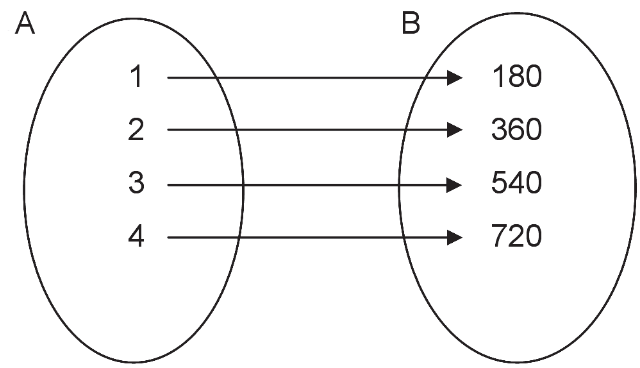
c. Escreva uma expressão matemática que represente o valor a pagar.

Notação de uma função

Como já foi visto nos exemplos anteriores, usamos letras para representar grandezas variáveis. Também já vimos que numa função há duas variáveis: a variável **independente**, que pode assumir qualquer valor em um conjunto determinado e a variável **dependente**, cujos valores são calculados a partir da 1ª variável.

Veja o seguinte exemplo:

O valor que um pintor vai cobrar para pintar as casas de um conjunto habitacional vai depender do número de cômodos da casa. Para cada cômodo ele cobrará R$ 180,00. Usando a representação com conjuntos e setas que vimos anteriormente, chegamos no diagrama a seguir:



Como o preço do trabalho depende do número de cômodos a serem pintados, podemos dizer que a variável preço é dependente da variável número de cômodos. Assim, a variável preço seria a variável dependente e o número de cômodos a variável independente. Matematicamente falando, se representarmos o número de cômodos pela variável x e o preço do trabalho pela variável y, a variável x será a variável independente, a variável y será a variável dependente.

$y = f(x)$, que se lê: y é função de x

Se lembrarmos que todos os valores do número de cômodos – a variável x, ok? – são elementos do conjunto A e que todos os preços – a variável y – são elementos de B, podemos escrever, ainda, que:

$$f: A \longrightarrow B$$

$$y = 180.x$$

Ou, em linguagem corrente, f é uma função definida de A em B, representada pela expressão

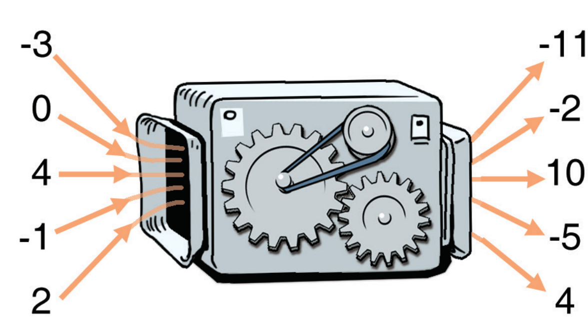
$$y = 180.x \text{ ou ainda } f(x) = 180.x$$

Domínio e Imagem

No exemplo anterior, o conjunto A cujos elementos são os números de cômodos de cada casa é chamado **Domínio da função(D)** e o conjunto B cujos elementos são os valores da pintura é chamado **Imagem da função (Im).**

Exemplo:

Veja a "máquina de números" que faz o seguinte: para cada número que entra na máquina, ela triplica e subtrai 2 do resultado. A cada número que entra, sai apenas um número da máquina, portanto essa relação obtida pela máquina é uma função.



A função dessa máquina é representada pela expressão y = 3x -2, sendo **y** o número que sai da máquina e **x** é o número que entra.

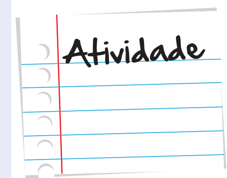
O domínio dessa função é D = {-3, 0, 4, -1,2} e a Imagem é Im= {-11, -2, 10, -5, 4}

Situação Problema 5

O salário mensal de um vendedor é composto de duas partes: uma é fixa no valor de R$ 700,00 e a outra é variável sendo igual a 1% do total que ele vende no mês.

Chamando de **v** o total de vendas e de **s** o salário final do vendedor, podemos escrever que s = f(v) é a função que associa o total de vendas com o salário do vendedor.

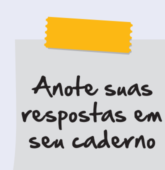
Escreva a expressão algébrica que representa essa situação.



Lembre-se que para calcular 1% de uma quantia basta dividi-la por 100 ou ainda multiplicá-la por 0,01.

Desafio 1:

Se aquele vendedor recebeu de salário R$ 735,20, quanto vendeu neste mês?



Proporcionalidade e função

A proporcionalidade é um exemplo importante de função matemática que está presente no dia a dia das pessoas em diferentes situações, vejamos alguns exemplos:

- Determinar o preço de 6 lápis conhecendo o preço de 1 lápis.
- Calcular a quantidade de carne necessária para um churrasco sabendo-se que, em média, cada convidado come 200g de carne.
- Determinar o preço de um imóvel em certa região, conhecendo o preço de $1m^2$ de construção naquele local.

Exemplos:

1º) Em locais onde se faz cópias xerox, é comum haver uma tabela, para facilitar o trabalho, que relaciona o número de cópias tiradas com o total a pagar.

Número de cópias	Total a pagar
1	0,25
2	0,50
3	0,75
4	1,00
5	1,25
:	:

Observando a tabela, vemos que quando multiplicamos por 2 o número de cópias, o total a pagar também fica multiplicado por 2; e quando multiplicamos por 3 o número de cópias, o total a pagar também fica multiplicado por 3, e assim por diante. Portanto, podemos concluir que o valor a pagar é **diretamente proporcional** ao número de cópias tiradas.

Por outro lado, o valor a pagar **é função** da quantidade de cópias tiradas, pois a cada quantidade de cópias há apenas um valor a pagar.

Considerando x a quantidade de cópias tiradas e y o valor a pagar, podemos escrever:

$$\frac{x}{y} = \frac{1}{0,25} = \frac{2}{0,50} = \frac{3}{0,75} = \frac{4}{1} = ...$$

Logo, a expressão matemática que representa esta função é

$$y = 0,25 \cdot x$$

2º) Para fazer um passeio à uma cidade histórica um grupo de amigos resolveu alugar um ônibus. A despesa será rateada entre os participantes do passeio, de acordo com a tabela a seguir:

Número de participantes	Quantia a pagar(R$)
10	54,00
36	15,00
20	27,00
25	21,60
30	18,00
18	30,00

Observando a tabela, vemos que ao **multiplicar por 2** o número de participantes, por exemplo $10 \times 2 = 20$, a quantia correspondente **fica dividida por 2** ($54 \div 2 = 27$). Neste caso, a quantia a pagar é **inversamente proporcional** ao número de participantes do passeio.

Por outro lado, a quantia a pagar é **função** do número de participantes e a expressão que representa esta função pode ser escrita assim:

$y = \dfrac{540}{x}$, onde x é o número de participantes e y é a quantia a pagar.

Sempre que duas grandezas são proporcionais, DIRETAMENTE OU INVERSAMENTE, existe uma função entre elas. No entanto, nem toda função é uma proporção, pois as grandezas podem aumentar ou diminuir ao mesmo tempo sem que haja uma proporcionalidade entre seus valores.

Importante

Desafio 2:

Dê um exemplo de uma função entre duas grandezas sem que essas grandezas sejam proporcionais. Pode utilizar uma tabela ou um diagrama.

1. Uma companhia telefônica oferece aos consumidores dois tipos de contrato:

1º tipo: Assinatura mensal: R$ 45,00

Tarifa por minuto: R$ 0,38

2º tipo: Assinatura mensal: isenta

Tarifa por minuto: R$ 1,80

Responda:

a. Quais são as sentenças matemáticas que expressam o total a ser pago no final do mês em cada um dos dois tipos de contrato?

b. As opções de contrato apresentam proporcionalidade entre as grandezas envolvidas? Justifique.

2. Um carro consome 1 litro de combustível em média a cada 9km.

a. Faça uma tabela relacionando as grandezas distância (D) em km e consumo (L) em litros.

b. O consumo do carro é função da distância percorrida? Por quê?

c. O consumo do carro é proporcional à distância percorrida? Explique.

d. Escreva uma expressão matemática que represente a relação entre o consumo do carro e a distância percorrida pelo carro.

Importante

O consumo de um carro é medido pelo número de quilômetros que ele percorre gastando 1 litro de combustível. Este consumo depende, entre outros fatores, da velocidade com que ele anda.

3. Um pintor foi contratado para pintar uma parede cuja área é de $240m^2$.

A tabela a seguir mostra o quanto ainda falta ser pintado no final de cada dia.

Dia	Área a ser pintada (m^2)
0	240
1	200
2	150
3	120
4	60
5	60
6	30
7	0

Responda:

a. A área (y) da parede a ser pintada é função do dia (x)?

b. Quando o valor de x (dia) cresce o que acontece com o valor de y (área a ser pintada)?

c. A relação entre a área a ser pintada e o dia trabalhado apresenta proporcionalidade? Por quê?

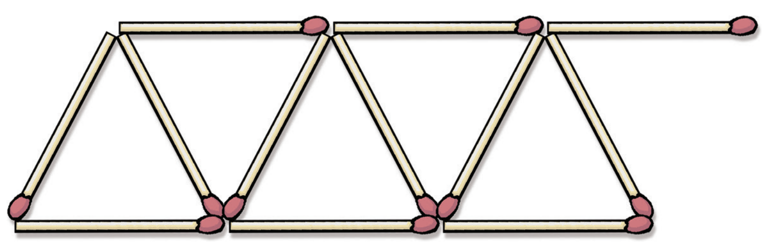
d. Quantos dias o pintor levou para terminar o serviço?

e. O que pode ter acontecido no 5º dia, que a área a ser pintada permaneceu a mesma que a do dia anterior?

4. Considere a função $f: x \longrightarrow y$ definida por $y = 4x + 1$.

Se $D = \{\frac{1}{4}; \frac{1}{3}; 0{,}15\}$ Determine o conjunto Imagem da função.

5. Daniel arrumou palitos de fósforos como mostra o desenho a seguir:



Se Daniel continuar formando triângulos seguindo esse modelo, quantos palitos Daniel usará para formar:

a. 4 triângulos?

b. 40 triângulos?

c. *t* triângulos?

d. Escreva a expressão que representa o total de palitos (p) em função do número de triângulos (*t*).

6. A bandeirada na corrida de táxi em uma cidade é R$ 4,30 e o valor por quilômetro rodado é R$ 1,40 durante o dia.

a. Escreva uma expressão que indica o valor total de uma corrida (C) em função do número de quilômetros rodados (km).

b. Qual o valor de uma corrida de 9,5km?

Conclusão

A noção de função é muito importante em Matemática, pois ela é aplicada em vários campos de estudo da própria Matemática e também em outras áreas do conhecimento.

O estudo de funções não se esgota nessa unidade e terá uma continuação em várias outras unidades, aprofundando o estudo e apresentando diferentes funções em diferentes campos da Matemática. É importante que você termine esta unidade dominando a linguagem e o simbolismo utilizado no tratamento das funções.

Na próxima aula continuaremos trabalhando a noção de função, aprofundando a representação por meio de gráficos, sua interpretação e sua construção.

Resumo

- A noção de função é muito utilizada em diferentes áreas do conhecimento e também no nosso dia a dia.
- É importante reconhecer que quando dois conjuntos apresentam uma correspondência tal que cada elemento do 1º conjunto está associado a apenas um elemento do 2º conjunto, esta correspondência é uma função.
- Uma função pode ser apresentada utilizando-se tabelas e diagramas. É importante fazer uma articulação entre as diferentes formas de apresentar uma função que foram trabalhadas nesta unidade: a tabela, o diagrama e a expressão matemática que representa a função, além dos gráficos.
- O conjunto cujos elementos são valores da variável independente é o Domínio da função, enquanto o conjunto cujos elementos são os valores da variável dependente é a Imagem da função. Simplificando, podemos dizer que o Domínio da função é o conjunto de onde partem as setas no diagrama e a Imagem é o conjunto formado pelos elementos onde chegam as setas. Observemos que pode haver casos em que sobrem elementos nesse conjunto.

  OBSERVAÇÃO IMPORTANTE: Caso sobrem elementos no conjunto onde chegam as flechas, esse conjunto será chamado de contra-domínio da função, e a imagem da função será um subconjunto desse contra-domínio, ou seja, será o conjunto formado apenas pelos elementos que recebem as flechas.
- A notação matemática de função usualmente é $f: A \longrightarrow B$

  $y = f(x)$

  Onde A é o domínio da função, B é o contra-domínio da função e f(x) é a expressão matemática que representa a função. Podemos ler, usando a notação assim:
  f de A em B sendo y = f(x).
- Uma função que destacamos pela sua importância tanto na Matemática como no cotidiano é a proporcionalidade. Toda proporção, seja direta ou inversa, é uma função, no entanto nem toda função apresenta proporcionalidade.

Veja Ainda

No site a seguir você irá encontrar atividades interativas em forma de jogo utilizando a noção de função e desenvolvendo a capacidade de descobrir a "regra" ou lei de formação das variáveis de uma função de maneira curiosa e divertida: http://www.uff.br/cdme/c1d/c1d-html/c1d-br.

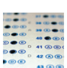
Referências

Livros

- Multicurso – Ensino médio –1ª série – Fundação Roberto Marinho – 2ª edição, 2005.
- BORDEAUX , Ana Lucia e outros. **Conexão Matemática**. Editora do Brasil – 9º ano, 2012.

Imagens

- http://www.sxc.hu/photo/475767



- http://www.sxc.hu/photo/517386

Respostas das Atividades

Situação Problema 1

a. A regra é: multiplica o número por 2 e subtrai 1 do resultado. Podemos escrever uma sentença matemática indicando essa regra da seguinte maneira: $m = 2s - 1$, sendo M o número que Manuel respondeu e s o número que Solange falou.

b. Sim, Manuel só pode responder dependendo do número que Solange disser.

c. Sim, é função porque para cada número que Solange diz, Manuel só responde um número.

Situação Problema 2

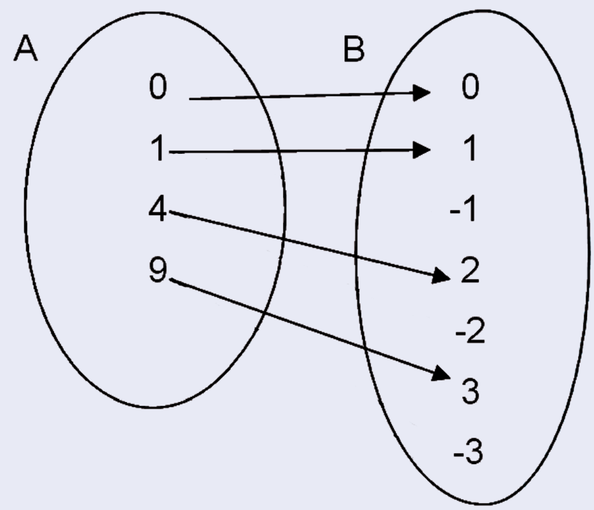
a.

t (horas)	d (km)
1	80
2	160
3	240
4	320
5	400

b. A cada hora corresponde um valor para a distância percorrida em quilômetros.

c. $d = 80t$, sendo d a distância percorrida em km e t o tempo gasto no percurso em horas.

Situação Problema 3



A relação é uma função, pois todos os elementos do conjunto A têm um único correspondente no conjunto B e ainda, não sobram elementos no conjunto A.

Nesse caso, sobram elementos no conjunto B. A imagem dessa função não corresponde ao conjunto B todo. Assim, B é o contra-domínio da função, enquanto $Im(f) = \{0, 1, 2, 3\}$.

Situação Problema 4

a.

h	r
1	3
2	5
3	7
4	9

b. Sim, pois a cada valor para o tempo em horas corresponde apenas um valor total a pagar em reais.

c. $r = 3 + 2h$, sendo h o número de horas excedentes que o carro permaneceu no estacionamento e r o valor total a pagar.

Situação Problema 5

$s = 700 + 0,01.v$

Desafio 1

Como o vendedor recebeu R$ 35,20 a mais que R$ 700,00 e este valor é 1% do que ele vendeu, basta multiplicar por 100 e concluímos que ele vendeu R$ 3.520,00 neste mês.

Desafio 2

Exemplo de resposta: A função que relaciona o peso de uma pessoa a cada mês.

1.

a. 1º) $45 + 0,38.t$

2º) $1,80.t$

b. Só o 2º tipo de contrato apresenta proporcionalidade entre as grandezas, pois dobrando o tempo de uso do telefone, por exemplo, dobrará também o valor da conta.

2.

a.

L (litros)	D (em km)
1	9
2	18
3	27
4	36

b. Sim, a cada quantidade de litros gastos está associada apenas a uma distância percorrida em km.

c. A relação entre as grandezas apresenta proporcionalidade. Ao dobrar a quantidade de combustível, por exemplo, a distância percorrida também dobra.

d. $D=9L$

3.

a. Sim, a cada dia de pintura corresponde um único valor para a área que falta pintar.

Respostas das Atividades

b. Decresce ou fica constante (no 5º dia).

c. Não. Quando se duplica o número de dias a área a ser pintada não fica reduzida à metade, por exemplo.

d. 7 dias

e. Há várias possibilidades para que a parede não fosse pintada nesse dia. O pintor pode ter faltado, a tinta pode ter acabado, a pintura pode não ter secado devido ao mau tempo. Esses são alguns exemplos.

4. $Im = \left\{2; \frac{7}{3}; 1{,}60\right\}$

5.

a. 9 palitos.

b. 81 palitos.

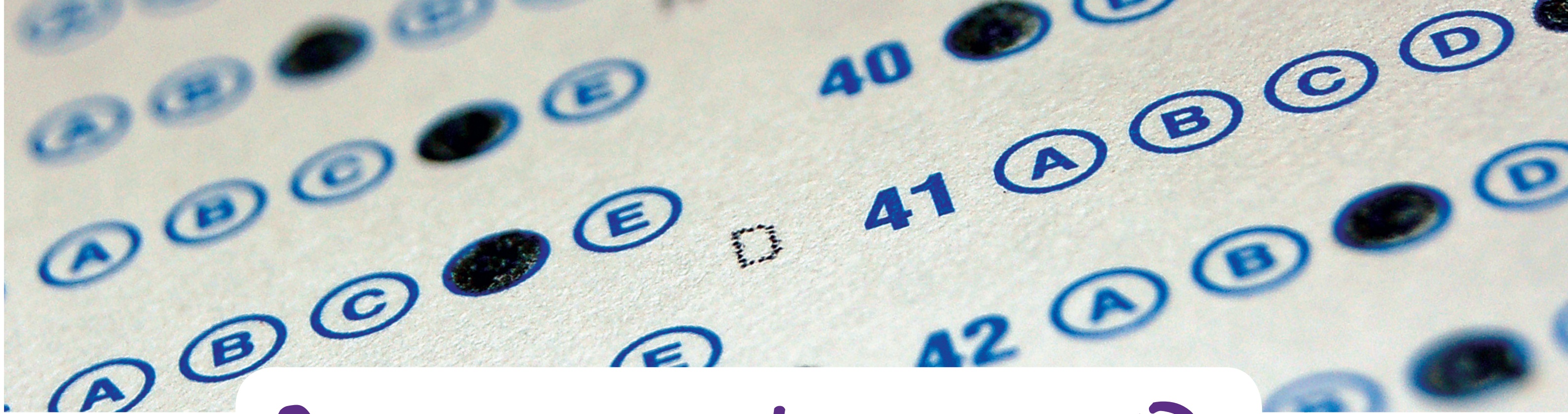
c. p = 3 + 2(t-1) = 2t +1

d. p = 3 + 2(t - 1) = 2t + 1, onde t é o número de triângulos e p o número de palitos de fósforos usados.

6.

a. C= 4,30 + 1,40k

b. R$ 17,60



O que perguntam por aí?

Atividade 1

QUESTÃO 155

O saldo de contratações no mercado formal no setor varejista da região metropolitana de São Paulo registrou alta. Comparando as contratações deste setor no mês de fevereiro com as de janeiro deste ano, houve incremento de 4 300 vagas no setor, totalizando 880 605 trabalhadores com carteira assinada.

Disponível em: http://www.folha.uol.com.br. Acesso em: 26 abr. 2010 (adaptado).

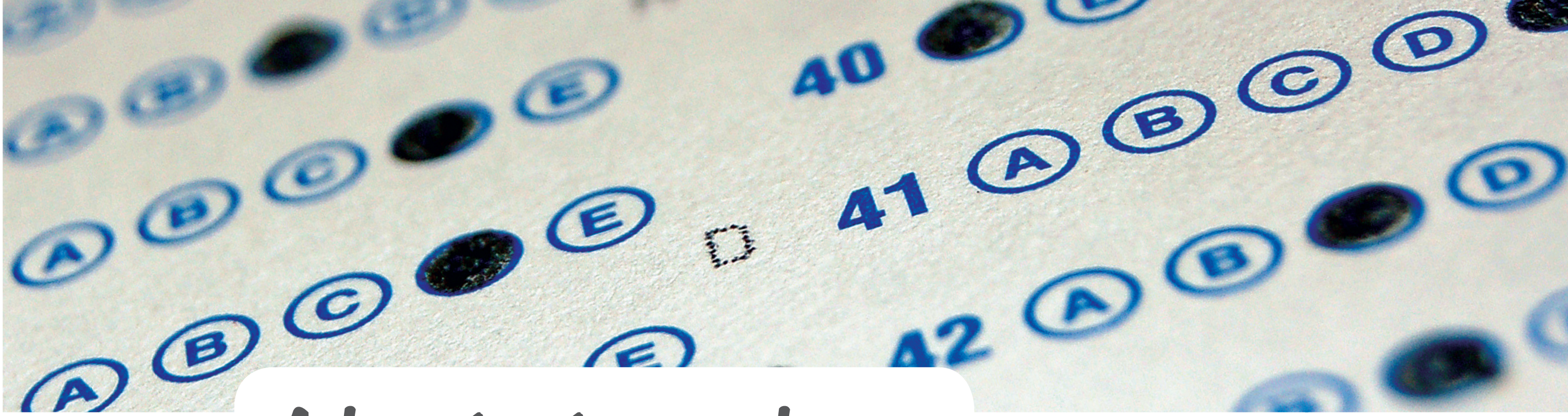
Suponha que o incremento de trabalhadores no setor varejista seja sempre o mesmo nos seis primeiros meses do ano.

Considerando-se que y e x representam, respectivamente, as quantidades de trabalhadores no setor varejista e os meses, janeiro sendo o primeiro, fevereiro, o segundo, e assim por diante, a expressão algébrica que relaciona essas quantidades nesses meses é

A) $y = 4\,300x$
B) $y = 884\,905x$
C) $y = 872\,005 + 4\,300x$
D) $y = 876\,305 + 4\,300x$
E) $y = 880\,605 + 4\,300x$

Resposta: Letra C

Comentário: O total de trabalhadores com carteira assinada nesses dois meses (janeiro e fevereiro) foi de 880.605. Subtraindo-se desse total 2 vezes o incremento havido no setor, ou seja, 2 vezes 4.300 vagas encontramos 872.005 que é a quantidade de trabalhadores antes de Janeiro. Como há um incremento de 4.300 vagas a cada mês, a expressão que relaciona as quantidades nesses meses será a expressão do item C.



Atividade extra

Exercício 1

Um carro consome, em média, 20 litros de combustível a cada 250 km. Qual expressão representa a relação entre o consumo de combustível - C e a distância - d percorrida?

(a) $C = 20d$ (b) $C = 12{,}5d$ (c) $C = d/12{,}5$ (d) $C = d/20$

Exercício 2

Certo estacionamento cobra uma taxa de R$5,00 para a primeira hora e R$1,50 por hora excedente.

Qual expressão representa o valor (V) a pagar, em função do tempo (t) de permanência do veículo no estacionamento?

(a) $V(t) = 5 + 1,5(t - 1)$ (c) $V(t) = 5 + 1,5t$

(b) $V(t) = 5 + 1,5(t + 1)$ (d) $V(t) = 5 - 1,5t$

Exercício 3

O valor do metro quadrado dos imóveis de um bairro é R$1500,00. Que expressão representa o preço dos imóveis desse bairro?

(a) $V(x) = 1500x$ (b) $V(x) = 3000x$ (c) $V(x) = 150x$ (d) $V(x) = 300x$

Exercício 4

Uma papelaria vende uma caneta por R$ 3,00. Seu gerente decide vender caixas com 4 unidades dessa caneta.

Qual expressão representa o valor das vendas (V) em função da quantidade x de caixas vendidas?

(a) $V(x) = 3x$ (b) $V(x) = 4x$ (c) $V(x) = 10x$ (d) $V(x) = 12x$

Exercício 5

Uma costureira faz um vestido a cada três dias. Qual expressão representa a produção dessa costureira em x dias?

(a) $f(x) = 3x$ (b) $f(x) = x$ (c) $f(x) = x/3$ (d) $f(x) = x^3$

Exercício 6

Um motorista dirige com uma velocidade constante de 90km/h. Que função representa essa situação?

(a) $d(t) = 90t$ (b) $d(t) = 45t$ (c) $t(d) = 90d$ (d) $t(d) = 45d$

Exercício 7

Considere os conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{3, 6, 9, 12\}$.

Qual expressão representa a correspondência entre os elementos $x \in A$ e os elementos $y \in B$?

(a) $y = x$ (b) $y = 2x$ (c) $y = 3x$ (d) $y = 4x$

Exercício 8

Considere os conjuntos A = {2, 5, 7, 12} e B = {6, 9, 11, 16}. Qual expressão representa a correspondência entre os elementos $x \in A$ e os elementos $y \in B$?

(a) $y = x + 4$ (b) $y = 3x$ (c) $y = 4x$ (d) $y = x + 3$

Exercício 9

Considere os conjuntos A = f{3, 6, 9} e B = {7, 13, 19}. Qual expressão representa a correspondência entre os elementos $x \in A$ e os elementos $y \in B$?

(a) $y = 2x - 1$ (b) $y = 2x + 1$ (c) $y = 3x - 2$ (d) $y = 3x - 5$

Exercício 10

Considere os conjuntos A = {6, 8, 10} e B = {5, 6, 7{. Qual expressão representa a correspondência entre os elementos $x \in A$ e os elementos $y \in B$?

(a) $y = x - 1$ (b) $y = 2x + 2$ (c) $y = x/2 + 2$ (d) $y = x - 2$

Exercício 11

Considere a função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $y = 3x + 2$.

Determine a Imagem da função.

Exercício 12

Considere a função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por y = –5x + 4.

Qual o conjunto Imagem da função?

Exercício 13

Seja a função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 5/x$.

Qual o Domínio da função?

Exercício 14

Seja a função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por f (x) = $\sqrt{x}$

Determine o domínio de f (x)?

Exercício 15

O salário mensal de um empregado é dado por uma parte fixa de R$ 890,00 e outra variável sendo igual a 0, 5% do lucro da empresa. Nesse mês o empregado recebeu R$1040,00.

Qual o lucro da empresa nesse mês?

Gabarito

Exercício 1

A	B	C	D
○	○	●	○

Exercício 2

A	B	C	D
●	○	○	○

Exercício 3

A	B	C	D
●	○	○	○

Exercício 4

A	B	C	D
○	○	○	●

Exercício 5

A	B	C	D
○	○	●	○

Exercício 6

A	B	C	D
●	○	○	○

Exercício 7

A	B	C	D
○	○	●	○

Exercício 8

A	B	C	D
●	○	○	○

Exercício 9

A	B	C	D
○	●	○	○

Exercício 10

A	B	C	D
○	○	●	○

Exercício 11

$\mathbb{R}$.

Exercício 12

$\mathbb{R}$.

Exercício 13

$\mathbb{R}^*$.

Exercício 14

$\mathbb{R}^+$.

Exercício 15

R$ 30.000,00.