

CEJA >>

CENTRO DE EDUCAÇÃO
de JOVENS e ADULTOS

MATEMÁTICA

e suas **TECNOLOGIAS** >>

Edição revisada 2016

Fascículo 4
Unidades 11, 12 e 13

GOVERNO DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

Governador
Luiz Fernando de Souza Pezão

Vice-Governador
Francisco Oswaldo Neves Dornelles

SECRETARIA DE ESTADO DE CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO

Secretário de Estado
Gustavo Reis Ferreira

SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO

Secretário de Estado
Antônio José Vieira de Paiva Neto

FUNDAÇÃO CECIERJ

Presidente
Carlos Eduardo Bielschowsky

PRODUÇÃO DO MATERIAL CEJA (CECIERJ)

Coordenação Geral de Design
Instrucional

Cristine Costa Barreto

Coordenação de Matemática

Agnaldo da C. Esquinhalha

Gisela M. da F. Pinto

Heitor B. L. de Oliveira

Revisão de conteúdo

José Roberto Julianelli

Luciana Getirana de Santana

Elaboração

Cléa Rubinstein

Daniel Portinha Alves

Heitor B. L. de Oliveira

Leonardo Andrade da Silva

Luciane de P. M. Coutinho

Maria Auxiliadora Vilela Paiva

Raphael Alcaires de Carvalho

Rony C. O. Freitas

Thiago Maciel de Oliveira

Atividade Extra

Benaia Sobreira de Jesus Lima

Carla Fernandes e Souza

Diego Mota Lima

Paula Andréa Prata Ferreira

Vanessa de Albuquerque

Coordenação de Design Instrucional

Flávia Busnardo

Paulo Miranda

Design Instrucional

Rommulo Barreiro

Letícia Terreri

Revisão de Língua Portuguesa

Paulo Cesar Alves

Coordenação de Produção

Fábio Rapello Alencar

Capa

André Guimarães de Souza

Projeto Gráfico

Andreia Villar

Imagem da Capa e da Abertura das
Unidades

**[http://www.sxc.hu/
photo/789420](http://www.sxc.hu/photo/789420)**

Diagramação

Equipe Cederj

Ilustração

Bianca Giacomelli

Clara Gomes

Fernando Romeiro

Jefferson Caçador

Sami Souza

Produção Gráfica

Verônica Paranhos

Sumário

Unidade 11 | Conjuntos **5**

Unidade 12 | Estudo de funções – parte 1 **65**

Unidade 13 | Estudo de funções – parte 2 **97**

Prezado(a) Aluno(a),

Seja bem-vindo a uma nova etapa da sua formação. Estamos aqui para auxiliá-lo numa jornada rumo ao aprendizado e conhecimento.

Você está recebendo o material didático impresso para acompanhamento de seus estudos, contendo as informações necessárias para seu aprendizado e avaliação, exercício de desenvolvimento e fixação dos conteúdos.

Além dele, disponibilizamos também, na sala de disciplina do CEJA Virtual, outros materiais que podem auxiliar na sua aprendizagem.

O CEJA Virtual é o Ambiente virtual de aprendizagem (AVA) do CEJA. É um espaço disponibilizado em um site da internet onde é possível encontrar diversos tipos de materiais como vídeos, animações, textos, listas de exercício, exercícios interativos, simuladores, etc. Além disso, também existem algumas ferramentas de comunicação como chats, fóruns.

Você também pode postar as suas dúvidas nos fóruns de dúvida. Lembre-se que o fórum não é uma ferramenta síncrona, ou seja, seu professor pode não estar online no momento em que você postar seu questionamento, mas assim que possível irá retornar com uma resposta para você.

Para acessar o CEJA Virtual da sua unidade, basta digitar no seu navegador de internet o seguinte endereço:
<http://cejarj.cecierj.edu.br/ava>

Utilize o seu número de matrícula da carteirinha do sistema de controle acadêmico para entrar no ambiente. Basta digitá-lo nos campos "nome de usuário" e "senha".

Feito isso, clique no botão "Acesso". Então, escolha a sala da disciplina que você está estudando. Atenção! Para algumas disciplinas, você precisará verificar o número do fascículo que tem em mãos e acessar a sala correspondente a ele.

Bons estudos!



Conjuntos

Fascículo 4
Unidade 11

Conjuntos

Para início de conversa...

Na canção Oração ao tempo, o compositor e cantor baiano Caetano Veloso conversa com o tempo, negociando com ele melhores formas de aproveitamento do tempo e pedindo auxílio para não gastar tempo sem que este gasto retorne em benefícios, alegrias e prazeres. Você conhece essa música? Não? Então aproveite: por ocasião dos seus 70 anos, comemorados em 2012, Caetano Veloso disponibilizou todas as suas canções em seu site oficial, <http://www.caetanoveloso.com.br/discografia.php>.

Ah, o tempo... Você tem a sensação de que os dias têm passado cada vez mais rápido? Os meses parecem quinzenas, as quinzenas parecem semanas, as semanas passam com uma velocidade assustadora! Hoje é sexta-feira e temos a sensação de que ontem foi... segunda-feira! O que estaria acontecendo? Estariam os relógios realmente acelerando seus ponteiros?

Alguns cientistas estudam e debatem sobre esse tema... No link <http://super.abril.com.br/cotidiano/tempo-cada-vez-mais-acelerado-445560.shtml>, você vai encontrar alguns comentários muito interessantes sobre isso, se puder, acesse e leia, vale a pena!

Saiba Mais

Bem, provavelmente, esta sensação de aceleração do tempo deve-se à grande quantidade de atribuições e encargos a que temos tido nos últimos tempos. Temos agora de encontrar tempo para gerenciar emprego, família, para retomar os estudos e, é claro, também para algum tipo de lazer. Antigamente, não era assim. Nossos avós dividiam-se unicamente entre um emprego – normalmente suficiente – e a família.

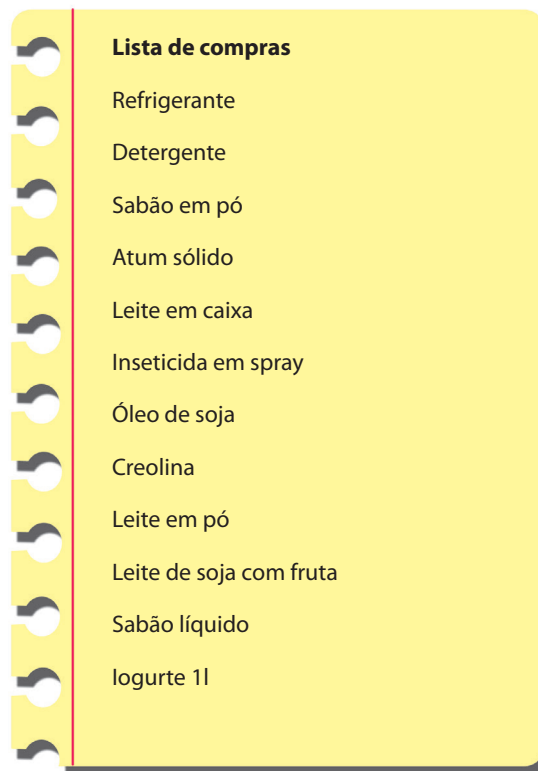
Para sobrevivermos no meio do corre-corre do mundo moderno, em um mar de apetrechos tecnológicos irresistíveis, precisamos aprender a nos organizar, agrupando atividades que possam ser feitas mais ou menos ao mesmo tempo. Um dos segredos para conseguirmos isso, consiste na organização das tarefas, dividindo-as ao longo do nosso dia, por exemplo: tarefas de trabalho, tarefas domésticas, tarefas sociais e tarefas de estudo.



Figura 1: Representação de atividades cotidianas.

Analise sua vida diária e observe que muitas atividades podem ser feitas juntas. Por exemplo. Vamos observar a seguinte lista de compras descrita abaixo:

Inicialmente é necessário produzir a lista de produtos. Assim, ordenadamente, verificamos em casa quais produtos são necessários e os ordenamos obedecendo uma sequencia, por exemplo: carnes, cereais, frios, artigos de hortifrutí, material de limpeza, material de higiene pessoal, etc.



É fácil perceber que os supermercados disponibilizam os produtos dividindo-os por setor, ou seja, para efetuarmos a compra de maneira ordenada, basta buscar em cada setor o grupo de produtos de uma única vez, isto é, os elementos que são comuns a cada setor. Por exemplo, ao comprarmos iogurte iremos diretamente na sessão de laticínio. Ao finalizarmos as compras, também podemos arrumar os produtos em sacolas de forma a facilitar a arrumação ao chegarmos em casa. Uma bolsa para os produtos de geladeira, outra para bebidas e assim por diante.

Assim como em nosso cotidiano, em Matemática, há muitas coisas para serem estudadas... Para facilitar esse estudo e para organizar os seus objetos, ela também é organizada dessa mesma forma: em categorias e buscando as relações entre elas. Nesta aula, vamos estudar exatamente isso!

Objetivos de Aprendizagem

- Reconhecer conjuntos e elementos, e definir relações de pertinência e inclusão.
- Resolver problemas envolvendo propriedades e operações com conjuntos.
- Representar subconjuntos dos números reais e realizar operações com eles.

Seção 1

Conjuntos e elementos

Está ou não está? PERTENCE OU NÃO PERTENCE ?



Figura 2: Situações onde se expressa a presença de conjunto.

Alunos em uma sala de aula, as frutas em um cesto, livros em uma biblioteca... Podemos identificar nestas imagens situações onde elementos estão organizados em conjuntos: os alunos são elementos do conjunto turma; as frutas são elementos do conjunto cesto; os livros são elementos do conjunto biblioteca.

Os elementos matemáticos (como números ou figuras) são agrupados, segundo características que eles têm de parecidos uns com os outros, formando também conjuntos.

Mas como podemos identificar esses conjuntos em nossas anotações? Faça isso em seu caderno! Como você organizou esses conjuntos?

Se conversar com os seus companheiros de estudo, você provavelmente vai perceber que cada um representou esses conjuntos de uma forma diferente. Para padronizar estes registros, existem algumas regras que seguimos. Veja!



Importante

Quando vamos dar nome a um conjunto em Matemática, usamos uma letra maiúscula do nosso alfabeto, pois dessa forma torna-se mais simples nos referirmos a ele. Também para representar elementos dos conjuntos, quando estes não são numéricos, utilizamos letras minúsculas do nosso alfabeto.

Agora pode ficar mais fácil. Podemos então, se retomarmos as imagens que iniciam esta seção, falar do conjunto T dos alunos da turma, do conjunto L dos livros de uma biblioteca e do conjunto F das frutas contidas no cesto.

Vamos nos concentrar no conjunto F. Que frutas você vê em F? Há bananas? E abacates? E uvas? Bem, pelo que visualizamos não há abacates em F, mas banana e uva sim. Podemos dizer então que banana pertence ao conjunto F, assim como uva pertence ao conjunto F, mas por outro lado, abacate não pertence ao conjunto F. Na Matemática utilizamos uma linguagem própria para estas representações. Observe a seguir!



Importante

Na Matemática utilizamos o símbolo \in para indicar que um elemento está em um conjunto. Lemos como **pertence**. Se um elemento não está em um conjunto, então dizemos que ele **não pertence** ao conjunto e representamos matematicamente esta ideia com o símbolo \notin .

Desta forma, representando a fruta banana pela letra b, podemos escrever que a banana pertence ao conjunto das frutas como $b \in F$, de mesma forma, representando a fruta abacate pela letra a, teremos $a \notin F$.

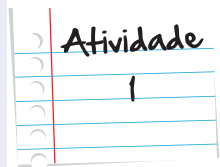
Se chamarmos de B ao conjunto biblioteca, teremos cada livro como um elemento deste conjunto. Podemos chamar o livro de história de h, assim, $h \in B$.

Vamos aplicar essas ideias ao que conversamos anteriormente? Utilizando os símbolos \in e \notin , vamos relacionar os elementos a, b, u e h com os conjuntos F, B, T.

Vamos reescrever o que dissemos anteriormente, mas agora utilizando os símbolos \in e \notin e a notação matemática de letras maiúsculas para conjuntos e minúsculas para elementos.

- a. $a \in F$
- b. $u \in T$
- c. $h \in B$
- d. $b \in F$
- e. $u \in F$
- f. $u \in B$

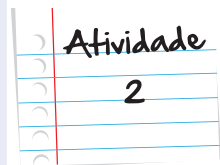
Anote suas respostas em seu caderno



Agora vamos fazer o contrário. A partir da linguagem simbólica da matemática, você deve escrever a sentença na linguagem coloquial.

- a. $h \in B$
- b. $a \notin T$
- c. $u \notin T$
- d. $b \in F$

Anote suas respostas em seu caderno



Imagine agora que três amigos desejam utilizar as frutas para fazer diferentes tipos de suco. Cada um prefere um sabor diferente e para isso, pode ser feita uma combinação de frutas. Por exemplo, Bianca quer um suco de laranja com morangos, já Guilherme prefere um suco de abacaxi, laranja e maçã; Melissa no entanto, prefere de laranja, morango e banana. É possível atender a todos os pedidos?

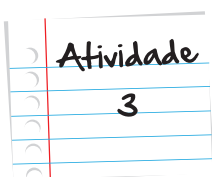
Obviamente a resposta é não. Bianca vai conseguir tomar o seu suco, pois as frutas que ela deseja são elementos do conjunto F. Melissa também vai ter o seu desejo atendido, porque laranja e banana também são elementos de F. Entretanto, Guilherme terá de escolher outro sabor, visto que não há abacaxi na cesta!

Podemos pensar nos desejos dos amigos como conjuntos também. Se chamarmos de B o conjunto das frutas desejadas por Bianca em seu suco, G o conjunto das frutas desejadas por Guilherme e M o de Melissa, então ficamos com $B = \{\text{morango, laranja}\}$, $G = \{\text{laranja, abacaxi, maçã}\}$ e $M = \{\text{banana, laranja, morango}\}$. Como podemos observar, nem todos os elementos dos conjuntos de frutas utilizados para fazer os sucos serão elementos do conjunto frutas.

A seguir, veremos uma forma simples de escrevermos isso...



O símbolo matemático \subset é usado para indicar que TODOS os elementos de um conjunto também são elementos do outro conjunto. Lemos como **está contido**. Se pelo menos um elemento do primeiro conjunto considerado não está no segundo conjunto, então dizemos que o primeiro conjunto **não está contido** no segundo conjunto, e representamos matematicamente esta ideia com o símbolo $\not\subset$.



Vamos utilizar os símbolos \subset e $\not\subset$ para dizer se um conjunto tem ou não tem todos os seus elementos pertencentes a outro conjunto.

- $B \underline{\quad} F$
- $M \underline{\quad} F$
- $G \underline{\quad} F$
- $B \underline{\quad} M$
- $G \underline{\quad} M$
- $B \underline{\quad} G$

Anote suas respostas em seu caderno

Uma parte ou um subconjunto de um conjunto dado, é outro conjunto que tem todos os seus elementos pertencentes ao primeiro conjunto. Isso significa que quando usamos o símbolo \subset para associar dois conjuntos, estamos afirmando ao mesmo tempo que o primeiro conjunto é subconjunto (ou é uma parte) do segundo conjunto, pois tem todos os seus elementos pertencentes ao segundo.



Usando estas ideias com os sucos das meninas, podemos dizer que $B \subset F$ e $M \subset F$, mas $G \subset F$. Ou ainda, de outra forma, B e M são subconjuntos de F, mas G não é.

Na estante de uma biblioteca se encontram livros de História, Matemática, Geografia, Língua Portuguesa, Química e Biologia. Os alunos formam grupos de estudos de acordo com a distribuição.

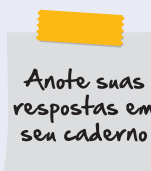
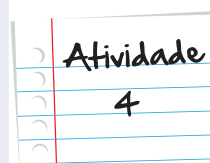
Grupo A estudará Química, Física e Biologia

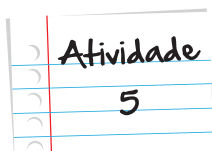
Grupo B estudará Língua Portuguesa, Matemática, História

Grupo C estudará Geografia, Matemática

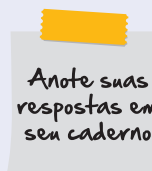
Sendo o conjunto dos livros da Estante da Biblioteca denominado por U, verifique as afirmações a seguir colocando V para Verdadeiro ou F para Falso. Justifique cada decisão:

- a. $A \subset U$ ()
- b. $B \subset U$ ()
- c. $C \subset B$ ()





Em uma lanchonete o painel demonstrativo apresenta 4 tipos de sanduíches, duas opções de bebida e duas de acompanhamento. Construa conjuntos relacionando todos os tipos possíveis de lanches, levando em conta que cada escolha obrigatoriamente terá um sanduíche, uma bebida e uma opção de acompanhamento. Todos os lanches deverão ser formados pelos elementos contidos nas opções apresentadas no painel da lanchonete.



Como escrever conjuntos?

Já conversamos sobre as ideias de conjuntos e sobre alguns símbolos que utilizamos para representar mais facilmente estas ideias. Muitas vezes, precisamos escrever um conjunto. É claro que podemos sempre usar os recursos utilizados até agora nesta aula, entretanto, nem sempre é assim algo tão simples.

Utilizar figuras é um recurso muitas vezes interessante para visualizar, principalmente, as relações entre os conjuntos – que conjuntos estão inteiramente ou parcialmente dentro de outros. Para isto, utilizamos uma representação por diagrama.

Um diagrama representa um conjunto em Matemática, quando ele é uma região fechada simples, delimitada por uma linha, em um plano considerado. Dentro dessa região estão os elementos do conjunto representado; fora dela, estão os elementos que não pertencem a este conjunto.

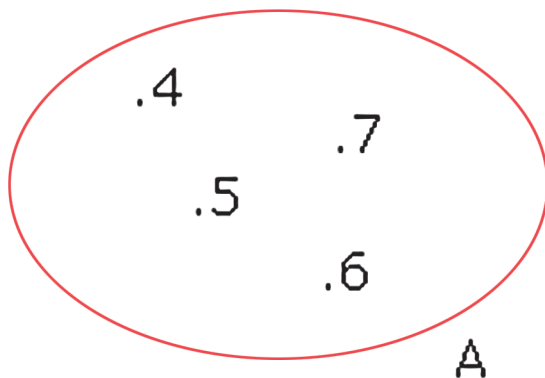


É comum haver situações em que a utilização de diagramas não seja a forma mais prática de representação. As relações entre conjuntos eventualmente tornam-se mais difíceis de serem representadas por desenhos.

Para auxiliar nessa tarefa, há outras duas formas de representação de conjuntos, que utilizam o símbolo matemático, conhecido como chaves – { }. As chaves trazem entre si todos os elementos do conjunto que representam.

Estes elementos podem vir descritos um a um (ou indicados) ou ainda podemos destacar uma propriedade que seja comum a todos os elementos que pertencem ao conjunto.

Pense no conjunto A dos números naturais maiores que 3 e menores que 8, podemos representar assim esse conjunto:



$$A = \{4, 5, 6, 7\}$$

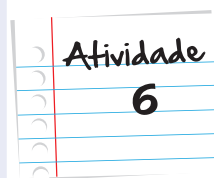
$$A = \{\text{Números naturais entre 3 e 8}\}$$

Vamos ver outro exemplo?

Vamos representar por chaves, descrevendo os elementos dos conjuntos?

- Conjunto A das letras da palavra MATE
- Conjunto B das letras da palavra CONJUNTO
- Conjunto C dos números naturais menores que 10 e maiores que 1
- Conjunto D dos números naturais maiores que 10
- Conjunto E dos números negativos compreendidos entre 2 e 4

Anote suas
respostas em
seu caderno



Quantos elementos possui cada um dos conjuntos que você escreveu na Atividade 7? Bem, o primeiro conjunto tem 4 elementos, que são as letras m, a, t, e. E o segundo conjunto, quantos elementos tem? Podem surgir dúvidas entre 8 ou 6 elementos... E sabe o que vai nos auxiliar nesta tarefa? A informação de que: Não repetimos elementos iguais em um conjunto.



Nos conjuntos os elementos iguais não se repetem.

Ah, agora ficou fácil. Isso quer dizer que o conjunto B é formado pelos elementos c, o, n, j, u e t, ou seja, ele tem 6 elementos.

E o conjunto C, quantos elementos tem? Você saberia responder? Sem problemas, são os números 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, ou seja, são 8 elementos. Entretanto, o conjunto D, quantos elementos tem? Sabemos que ele tem o 11, o 12, o 13, o 200, o 1000... Mas quantos elementos ele tem?

Ah, não foi possível contar, não é mesmo? E sabe por que não conseguimos contar quantos elementos existem no conjunto D? Porque ele é um conjunto que contém uma quantidade infinita de elementos. Os conjuntos que tem esta característica são chamados de **conjuntos infinitos**.

E o conjunto E, quantos elementos ele tem? Responder a essa pergunta significa pensar em quantos são os números negativos que existem entre 2 e 4. Mas... há números negativos entre 2 e 4? Não! Ora, então esse conjunto não tem elementos! Esse conjunto é chamado **de vazio!**

Um conjunto é vazio, quando não possui elementos. Podemos representar o conjunto vazio pela simbologia $\{\}$. Isso mesmo, chaves sem elemento algum, ou ainda através do símbolo \emptyset .

Nunca escreva $E=\{\emptyset\}$, esse conjunto não é vazio, pois é um conjunto que possui como único elemento um outro conjunto, que por sua vez é vazio.



Esse conceito (de conjunto infinito) é bastante difícil... Mas para nós, basta sabermos reconhecer quando o conjunto é infinito ou não. Quer ver um exemplo? Pense nos conjuntos M dos números naturais entre 2 e 10000 e o conjunto N dos números naturais maiores que 2. Vamos escrevê-los entre chaves.

$$M = \{3, 4, 5, 6, 7, \dots, 9998, 9999\}$$

$$N = \{3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$$

Vamos pegar um subconjunto de M, por exemplo $M_1 = \{4, 5, 6, 7, \dots, 9999\}$. Note que se fizermos uma correspondência entre os elementos dos dois conjuntos, teremos M_1 com um elemento a menos que M. Isto não acontece com N. Se tomarmos $N_1 = \{4, 5, 6, 7, \dots\}$, poderemos relacionar os elementos de ambos os conjuntos e teremos uma correspondência para todos os elementos. Isto caracteriza um conjunto infinito.

Quer saber mais sobre o infinito? Acesse o Youtube e assista ao vídeo "Os Infinitos de Cantor", da série da Unicamp, intitulada Matemática Multimídia. Você poderá encontrá-lo, acessando a Internet com o link <http://www.youtube.com/watch?v=f1Ak-6vMVpg> em seu navegador. Assista, vale a pena!



Falamos bastante em quantidade de elementos de um conjunto. Como fazer esta representação. Bem, podemos utilizar duas formas para isto. Vamos utilizar exemplos da atividade 6.

Conjunto A das letras da palavra MATE. Este conjunto pode ser escrito como $A = \{m, a, t, e\}$, logo o número de elementos pode ser representado por $\#A = 4$ ou $n(A) = 4$

Conjunto B das letras da palavra CONJUNTO. Teremos $B = \{c, o, n, j, u, t\}$, assim, $\#B = 6$ ou $n(B) = 6$

Conjunto E dos números negativos compreendidos entre 2 e 4, teremos $\#E = 0$ ou $n(E) = 0$

No caso do conjunto ser infinito, não é possível definir sua cardinalidade, ou seja, o seu número de elementos.

Ainda sobre os conjuntos, é preciso destacar a ideia de subconjuntos de um conjunto.

O conjunto das partes de um conjunto dado é o conjunto formado por todos os possíveis subconjuntos do conjunto considerado.



Vamos tomar como exemplo o conjunto A da atividade 6. $A = \{m, a, t, e\}$. A partir deste conjunto, podemos formar vários subconjuntos. Coloquemos em ordem:

Subconjunto com zero elementos: $\{\}$

Subconjuntos com 1 elemento: {m}, {a}, {t}, {e}

Subconjuntos com 2 elementos: {m,a}, {m,t}, {m,e}, {a,t}, {a,e}, {t,e}

Subconjuntos com 3 elementos: {m,a,t}, {m,a,e}, {m,t,e}, {a,t,e}

Subconjunto com 4 elementos: {m,a,t,e}

Se juntarmos todos estes subconjuntos, formaremos um conjunto denominado conjunto das partes de A. Vamos fazer sua representação da seguinte forma:

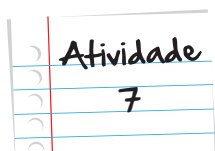
$P(A) = \{ \{ \}, \{m\}, \{a\}, \{t\}, \{e\}, \{m,a\}, \{m,t\}, \{m,e\}, \{a,t\}, \{a,e\}, \{t,e\}, \{m,a,t\}, \{m,a,e\}, \{m,t,e\}, \{a,t,e\}, \{m,a,t,e\} \}$

O número de partes de um conjunto é dado por 2^n , onde n é o número de elementos do conjunto.

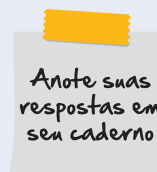
Observe que nesse exemplo, o conjunto A tem 4 elementos, e o conjunto das partes de A possui $2^4 = 16$ elementos, que são todos os possíveis subconjuntos de A!



O conjunto vazio é subconjunto de qualquer conjunto.
Todo conjunto é subconjunto de si próprio.



No conjunto M das letras da palavra PAI, qual o conjunto das partes de M? Relacione todos os subconjuntos.



Operações com Conjuntos

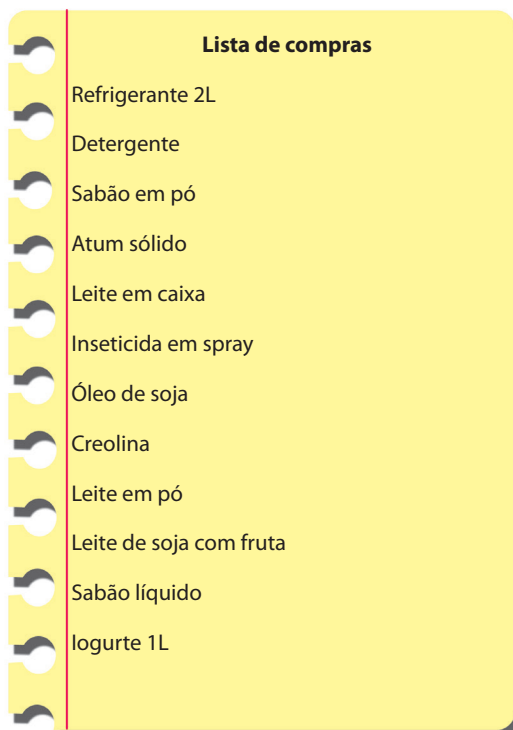


Você lembra da nossa lista de compras utilizada inicialmente? Vamos usá-la como exemplo para darmos continuidade ao nosso estudo. Vamos aprender sobre as operações que podem ser realizadas entre conjuntos.

Quando arrumamos as compras na despensa é preciso organização. Não podemos guardar alimentos com produtos de limpeza, cada produto tem seu local certo para ser armazenado. É preciso então uma maneira que facilite o trabalho. Fica muito mais fácil encontrar as coisas, quando elas estão bem organizadas...

Pois é, nessa organização podemos agrupar os itens conforme características que eles têm, seja quanto ao tipo de embalagem, seja quanto ao tipo de produto contido nestas embalagens. Por exemplo, quanto ao tipo de embalagem, podemos estabelecer algumas categorias, como latas ou caixas; em relação aos tipos de produtos comprados, podemos organizar em alimentos ou limpeza.

Vamos lembrar os itens das últimas compras:



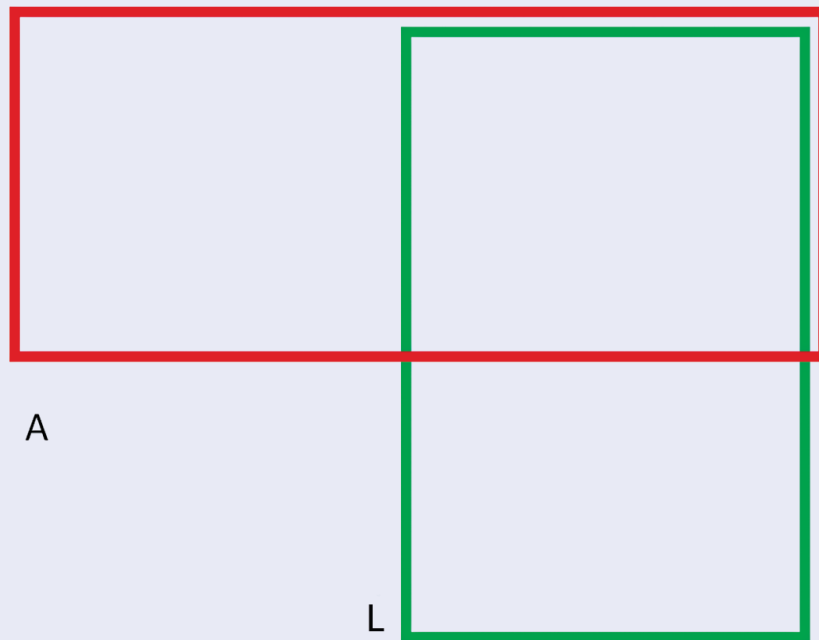
Lista de compras

- Refrigerante 2L
- Detergente
- Sabão em pó
- Atum sólido
- Leite em caixa
- Inseticida em spray
- Óleo de soja
- Creolina
- Leite em pó
- Leite de soja com fruta
- Sabão líquido
- iogurte 1L

Atividade

8

A imagem abaixo representa uma prateleira da despensa onde serão colocados os artigos adquiridos na última compra. Na região de cor vermelha (A), vamos colocar apenas os alimentos comprados no supermercado e na região de cor verde, arrumaremos os produtos embalados em lata (T). Reproduza esta figura no seu caderno e arrume os produtos comprados. A seguir, responda às perguntas propostas abaixo, também em seu caderno!



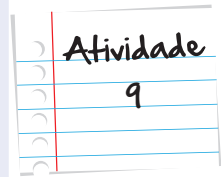
- Você conseguiu arrumar todas as compras nestas prateleiras?
- Que produtos ficaram na prateleira A dos alimentos?
- Que produtos ficaram na prateleira L das latas?
- Que produtos ficaram nas duas prateleiras juntas?
- Que produtos ficaram de fora dessas prateleiras?

Anote suas
respostas em
seu caderno

Vamos organizar as compras da seguinte forma: no conjunto A dos alimentos, L de limpeza, C dos produtos embalados em caixas e T dos produtos embalados em latas. Escreva no seu caderno os conjuntos A, L, C e T, representando seus elementos entre chaves.

Depois de ter feito isso, responda também em seu caderno às perguntas propostas abaixo. Atenção, não escreva neste material!

- Se juntarmos os produtos dos conjuntos A e C, que produtos teremos?
- Há produtos que estejam ao mesmo tempo em A e C? Quais são eles?
- Juntando L e C, que produtos encontramos?
- Há produtos que estejam ao mesmo tempo em L e T?
- Juntando A e L, que produtos obtemos?
- Há produtos que estejam em C e T simultaneamente?



Anote suas respostas em seu caderno



Usamos o símbolo de \cup (união) para representar o ato de juntar os elementos de dois conjuntos. Assim, se temos dois conjuntos A e B, o conjunto $A \cup B$ é o conjunto formado pelos elementos que estão em A ou estão em B.

O símbolo \cap (intersecção) é usado para representar os elementos que estão ao mesmo tempo em dois conjuntos. Isso quer dizer que, se temos dois conjuntos A e B, o conjunto $A \cap B$ é o conjunto formado pelos elementos que estão em A e também estão em B.

Vamos fazer mais uma atividade envolvendo as operações entre conjuntos em que utilizaremos os símbolos \cup e \cap ?

Atividade
10

Você se lembra da copa do mundo de 2006? Que países participaram dessa copa?
Nossa, não tem muito tempo, mas já ficou tão distante!

A seguir, colocamos uma tabela identificando esses países.

Equipes participantes			
Alemanha	Costa Rica	Irã	República Checa
Angola	Croácia	Itália	Sérvia e Montenegro
Arábia Saudita	Equador	Japão	Suécia
Argentina	Espanha	México	Suíça
Austrália	Estados Unidos	Holanda	Trinidad e Tobago
Brasil	França	Paraguai	Togo
Coreia do Sul	Gana	Polônia	Tunísia
Costa do Marfim	Inglaterra	Portugal	Ucrânia

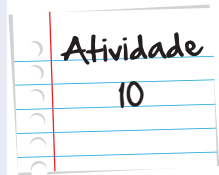
Figura 5: países participantes da Copa da FIFA 2006.

E em 2010? Está mais recente! Vamos ver quais foram os países?

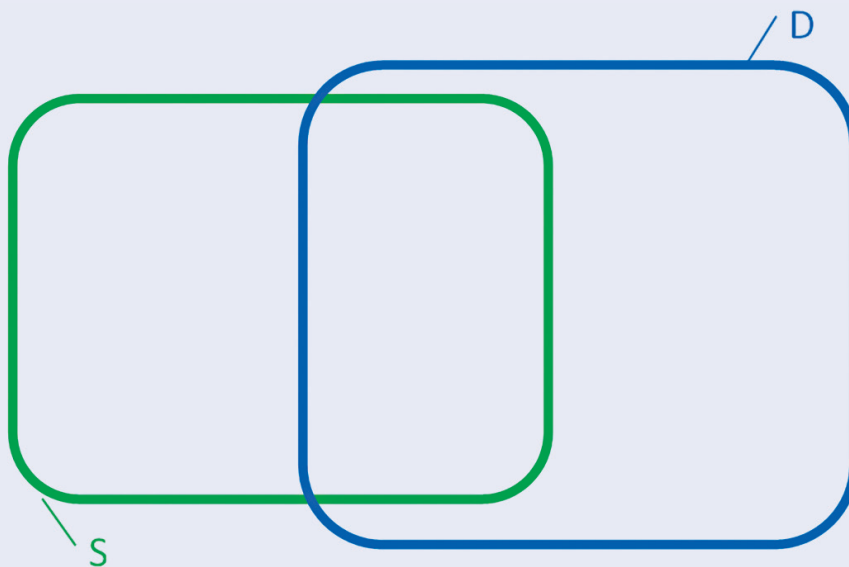
África do Sul	Austrália	Argélia	Dinamarca
Brasil	Japão	Camarões	França
Espanha	Coreia do Norte	Costa do Marfim	Grécia
Países Baixos	Coreia do Sul	Gana	Portugal
Itália	Honduras	Nigéria	Sérvia
Alemanha	México	Chile	Eslováquia
Argentina	Estados Unidos	Paraguai	Eslovênia
Inglaterra	Nova Zelândia	Uruguai	Suíça

Figura 6: países participantes da Copa da FIFA 2010.

Pense em dois conjuntos: o conjunto S (de seis), com as seleções sul-americanas que participaram da copa de 2006 e o conjunto D (de dez) com as seleções sul-americanas, participantes da copa de 2010. Atenção, não escreva neste material!



- Quantas seleções existem no conjunto S? E no conjunto D?
- Que seleções sul-americanas participaram das duas edições da copa do mundo de 2006 e de 2010? Represente esse conjunto (vamos chamá-lo de E) como uma operação entre os conjuntos S e D. Quantos elementos existem em E?
- Quando listarmos as seleções sul-americanas que participaram de pelo menos uma das duas últimas copas do mundo, que seleções seriam estas? Escreva-as no conjunto T.
- Represente T como uma operação entre os conjuntos S e D. Quantos elementos há em T?
- Agora, copie o diagrama abaixo em seu caderno e represente essas seleções no seu diagrama.



Anote suas respostas em seu caderno



Importante

A diferença entre dois conjuntos é a operação que resulta nos elementos que pertencem ao primeiro conjunto e não pertencem ao segundo conjunto. Representaremos a diferença entre dois conjuntos utilizando o sinal de menos (-). Assim, se tomarmos dois conjuntos A e B, $A-B$ será o conjunto dos elementos que estão em A e não estão em B.

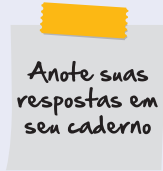


Atividade

11

Vamos retomar a atividade 11 e responder alguns itens adicionais! Anote as respostas em seu caderno.

- a. Quais seriam as seleções que integrariam o conjunto $S - D$?
- b. Que seleções estão no conjunto $D - S$?

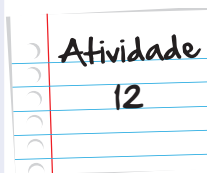


Anote suas respostas em seu caderno

Vamos usar novamente os conjuntos A dos alimentos, L de limpeza, C dos produtos embalados em caixas e T dos produtos embalados em latas que vimos na atividade 9? Com base no que você fez naquela atividade, responda em seu caderno aos itens propostos abaixo!

- Que elementos estão no conjunto resultante de $A - L$?
- Que elementos estão no conjunto resultante de $L - A$?
- Que elementos estão no conjunto resultante de $C - A$?
- Usando a operação diferença entre conjuntos, represente o conjunto que contém os produtos de limpeza que não estão acondicionados em latas.
- Novamente, usando a operação diferença entre conjuntos, represente o conjunto que contém os produtos acondicionados em caixas que não podem ser ingeridos como alimentos.

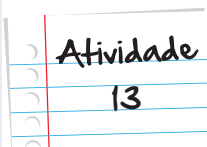
Anote suas respostas em seu caderno



Vamos praticar mais um pouco?

Foi feita uma entrevista com alunos de uma determinada escola. Descobriu-se que o número de alunos que leem jornal é 40 e que 45 alunos leem revistas, sendo que 25 leem jornal e revista. Sabe-se ainda que 24 alunos não leem nem jornal e nem revista. Qual o total de alunos entrevistados?

Anote suas respostas em seu caderno



Conjuntos Numéricos

Quantos números você conhece? Pra que a gente estuda Matemática? Números só existem pra complicar a vida do aluno na escola? Quem foi que inventou a Matemática? Não tinha nada melhor pra fazer?

Quantas vezes você já pensou nisso? Aposto que muitas... Mas você quer ter uma ideia da importância dos números na nossa vida cotidiana? Sua carteira de identidade é um número, seu título de eleitor é um número. Para ser motorista é necessária uma carteira com número – e carro tem chapa, que é número, também! Sua casa, seu prédio, seu apartamento, seu celular, sua certidão de nascimento, seu CPF, seu registro no Imposto de Renda – e, se for empresário, vai pelo mesmo caminho: o CNPJ, o alvará de localização, o faturamento - tudo é número! Estas situações – e muitas outras – foram retiradas da crônica "Você é um número", (disponível em <http://matematicacalculoetc.blogspot.com.br/2012/03/voce-e-um-numero-voce-e-um-numero.html>) uma das muitas que a escritora Clarice Lispector escreveu para o Jornal do Brasil, entre os anos de 1967 e 1973. Estas crônicas foram reunidas e publicadas no livro "A descoberta do mundo", publicado em 1984 pela editora Rocco. O argumento da autora é que os números estão tão presentes na nossa vida que se você não tomar cuidado, vira um número até para si mesmo.



Clarice Lispector é uma das escritoras de maior expressão em nosso país. Autora de obras variadas, como A Hora da Estrela ou Felicidade Clandestina, dedicou-se à escrita e à publicação de obras literárias também voltadas para o público infantil e adolescente. Quer saber mais? Acesse: <http://matematicacalculoetc.blogspot.com.br/2012/03/voce-e-um-numero-voce-e-um-numero.html>

Você concorda com a sua afirmação de que somos números? Como você se posiciona em relação a isso? Isso é bom ou ruim? Por que os números são usados para rotular pessoas, como a autora afirma?

Tente pensar em sua vida sem os números. Seu dia a dia ficaria mais simples? Como você compraria pão, por exemplo? Como você pediria ao atendente na padaria? E como o padeiro poderia fazer sempre o mesmo pão, fresquinho, crocante por fora e macio por dentro, ficando o mesmo tempo no forno para não queimar... Isso é difícil!

A organização em conjuntos também foi proposta aos números para que pudessem ser agrupados segundo propriedades que pudessem atender às operações de adição e de multiplicação, realizadas entre eles. As categorias de números são nossas velhas conhecidas: naturais, inteiros, racionais e irracionais e, englobando todos, os números reais e os complexos, que somente ao final deste curso você irá estudar.

Números Naturais

Os números naturais são aqueles que representam quantidades, atendendo a uma necessidade humana de contar objetos. Especificamente, os números naturais são os que resultam de um processo de contagem: 1, 2, 3... E esse é um processo que nunca acaba e sobre o qual desde crianças sempre refletimos, quando fazemos o questionamento: qual é o maior de todos os números?

Muitas vezes, para as crianças, esta é uma pergunta cuja resposta é simples: 100, 100000 ou ainda 10000000000 seriam possivelmente algumas das respostas dadas por elas. Mas não é difícil convencer mesmo uma criança de que “o maior de todos os números” na verdade não existe. Mesmo o 10000000000, quando somamos a ele 1 unidade, obtemos 10000000001, que é maior que 10000000000... Não conseguimos então pensar ou responder qual é o maior de todos os números.

O conjunto dos números naturais tem infinitos elementos, que é o que chamamos de infinito contável. Dentro do conjunto dos números naturais, podemos encontrar vários subconjuntos infinitos também. Observe a tabela abaixo. Ela mostra alguns desses subconjuntos.

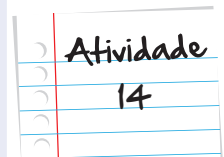
Tabela: Subconjuntos infinitos dos números naturais

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	...
$2n$	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	...
2^n	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	2048	...
n^n	1	4	27	256	3125	46656	823543	16777216	387420489	10000000000	285311670611	...

Agora responda em seu caderno às seguintes questões:

- Que elementos estão representados na primeira linha da tabela? E na segunda linha? E na terceira? E na quarta?
- Se prosseguirmos na primeira linha desta tabela infinitamente, seguindo todos os números naturais, ela terá mais ou menos elementos que as linhas que estão abaixo dela?
- Qual das linhas terá, seguindo-as infinitamente, mais elementos?

Anote suas respostas em seu caderno



Importante

O conjunto dos Números Naturais é representado pela letra N. Veja:

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \dots, 12528, 12529, 12530, \dots, 9547258, 9547259, \dots\}$

Números Inteiros

Com o passar dos anos, após o surgimento das relações comerciais e bancárias, o homem viu a necessidade de representar valores monetários de forma oposta, ou seja, o lucro e o prejuízo. Por exemplo, não bastava escrever 5 moedas de ouro, é necessário saber se o comerciante receberia as 5 moedas, ou faria o oposto, pagaria estas 5 moedas. Essa e outras situações dão origem a um novo número: o número negativo.

O conjunto dos números inteiros é uma expansão dos números naturais e englobam todos os números naturais e os **simétricos** ou opostos a eles.

Simétricos

Números simétricos ou opostos são números que têm o mesmo valor absoluto, mas sinais opostos. Por exemplo, -4 e +4 são números simétricos ou opostos.

O conjunto dos números inteiros é representado pela letra Z e compreende os números naturais, os seus simétricos e o zero. Veja:

$\mathbb{Z} = \{\dots, -12547, -12546, \dots, -108, -107, \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots, 107, 108, \dots, 12546, 12547, \dots\}$

Uma coisa interessante que vale a pena observarmos aqui é que o conjunto dos números naturais é um subconjunto do conjunto dos números inteiros. Ou ainda, simbolicamente, podemos representar isso por $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.

Importante

A presença do símbolo * (asterisco) ao lado superior direito da letra que simboliza o conjunto, representa que o elemento zero não pertence ao conjunto.

Por exemplo, o conjunto \mathbb{Z}^* não tem o elemento zero.

Números racionais

Os números racionais são todos os números que podem ser escritos na forma de fração. Vamos ver que números são esses?

• Todos os números inteiros podem ser escritos como fração, basta pensarmos em $3 = \frac{3}{1} = \frac{6}{2} = \frac{9}{3} = \dots = \frac{36}{12} = \dots$
ou em $-7 = \frac{-7}{1} = \frac{-14}{2} = \frac{-21}{3} = \dots = \frac{-63}{9} = \dots$

• Todos os números decimais com quantidade finita de casas decimais (chamados também de decimais exatos) podem ser escritos como fração. Veja: $0,56 = \frac{56}{100} = \frac{14}{25}$ ou então $13,2 = \frac{132}{10} = \frac{66}{5}$ ou ainda $-0,0053 = -\frac{53}{10000}$

• Todos os decimais com quantidade infinita de casas decimais, mas periódicos (também conhecidos como dízimas periódicas). Vamos lembrar?

a) $0,2\bar{2} = 0,22222\dots = \frac{2}{9}$

b) $-0,45\bar{45} = -0,454545\dots = -\frac{45}{99} = -\frac{5}{11}$

c) $-0,432\bar{2} = -0,43222\dots = -\frac{389}{90}$

d) $3,291\bar{91} = 3,2919191\dots = 3 + 0,2919191\dots = 3 + \frac{289}{990} = \frac{3259}{990}$

O conjunto dos números racionais é representado pela letra \mathbb{Q} e contém todos os números que podem ser escritos como fração. Simbolicamente, esse conjunto pode ser representado dessa forma:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b}, a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z} \right\}$$

Vamos compreender isso?

Bem, \mathbb{Q} é a representação para o conjunto dos números racionais. $\frac{a}{b}$ representa uma fração qualquer, com numerador a e denominador b , portanto, $a \in \mathbb{Z}$ indica que a , ou seja, o numerador da fração, pode ser qualquer número inteiro. Entretanto, $b \in \mathbb{Z}^*$ destaca o fato de que b também pode assumir o valor de qualquer número inteiro que não seja zero.



É interessante ver que todos os naturais e todos os inteiros também são números racionais. Isso pode ser escrito assim:

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$$

Mas será que todos os números podem ser escritos como fração? A resposta é não. E o conjunto dos números que não podem ser escritos como fração, ou seja, dos números que não são racionais, é chamado de conjunto dos números irracionais, que é o que vamos ver no item abaixo.

Números Irracionais

O conjunto dos números irracionais é o conjunto formado por todos os números que não podem ser escritos sob a forma de fração. Sabemos então dizer quais números não são irracionais:

- Nenhum inteiro ou natural é irracional;
- Nenhum decimal exato é irracional;
- Nenhum decimal infinito periódico (dízimas periódicas) é irracional.

Os números irracionais são então números decimais com uma quantidade infinita de casas decimais e sem caráter periódico.

Alguns números irracionais que são muito conhecidos por nós são o π e as raízes não exatas, como $\sqrt{2}$, $-\sqrt[3]{5}$ ou $\sqrt[5]{-10}$. Mas existem outros, por exemplo: 1,01001000100001...; 2,321432517000018526...



O conjunto dos números irracionais é representado por $\bar{\mathbb{Q}}$ (em alguns livros, o conjunto dos irracionais é representado por \mathbb{I}) e pode ser escrito simbolicamente como

$$\bar{\mathbb{Q}} = \{x, x \notin \mathbb{Q}\}$$

Essa notação quer dizer exatamente o que escrevemos acima: é irracional o número que não é racional.

Observe que, diferente dos naturais, inteiros e racionais que mantêm entre si uma relação de um estar dentro do outro, para os irracionais isso não acontece. E sabe por quê? Porque $\mathbb{N} \not\subset \bar{\mathbb{Q}}$, $\mathbb{Z} \not\subset \bar{\mathbb{Q}}$ e $\mathbb{Q} \not\subset \bar{\mathbb{Q}}$.

Mas o que significa essa barrinha acima do \mathbb{Q} que colocamos para representar os irracionais? Vamos entender isso melhor? Para isso, vamos ver os números reais!

Números Reais

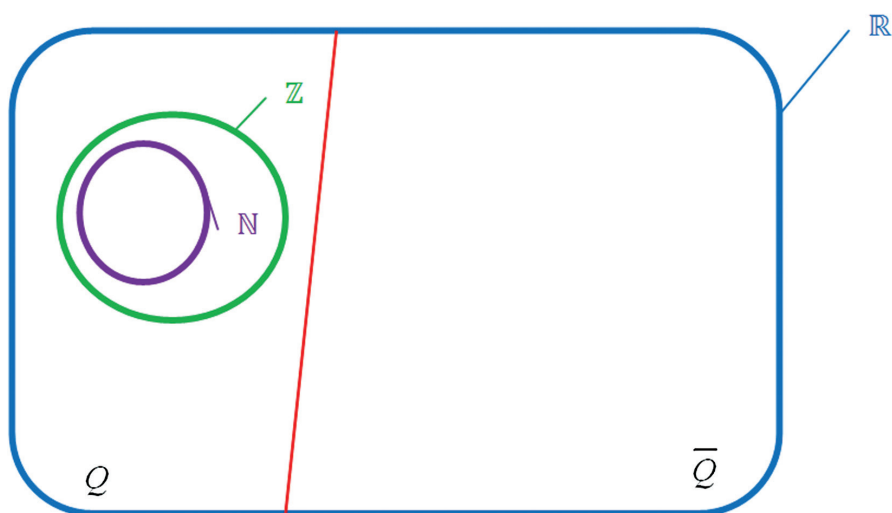
O conjunto dos números reais (\mathbb{R}) é o conjunto que reúne todos os conjuntos que vimos até agora: naturais, inteiros, racionais e irracionais. Ele não lança exatamente um tipo diferente de número: na verdade, ele cria uma categoria de números, que são os números que são racionais ou irracionais.

Simbolicamente então, representamos o conjunto dos números reais assim:

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \overline{\mathbb{Q}}$$

A barrinha que fica acima do \mathbb{Q} quando vamos indicar o conjunto dos números irracionais significa que o conjunto $\overline{\mathbb{Q}}$ é o que falta ao conjunto \mathbb{Q} para se tornar igual ao conjunto \mathbb{R} . O conjunto que contém a barrinha é conhecido como conjunto complementar. No nosso caso, podemos dizer que $\overline{\mathbb{Q}}$ é o complementar de \mathbb{Q} em relação a \mathbb{R} .

A representação em diagramas dos números reais é bem interessante. Veja!



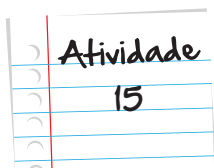
Vamos compreender bem o que esse diagrama representa? Todos os números que você já estudou até agora são números reais e estão dentro da linha azul no diagrama acima. O conjunto dos números reais, delimitado pela linha azul, está organizado em dois grandes grupos: o dos números racionais e o dos números irracionais. Por sua vez, há alguns tipos interessantes de números racionais que são os números inteiros. Os números inteiros que não são negativos são chamados de números naturais.



E você sabe que números não são reais? Os números que resultariam de contas que não têm resposta, ou seja, que são impossíveis de serem realizadas, como as divisões por zero ou as raízes de índice par, para radicandos negativos (como $\sqrt{-4}$ ou $\sqrt[8]{-1}$, por exemplo).

Uma forma interessante de apresentar os números é a reta numérica. Você já a conhece! Vamos retomá-la?

As atividades que apresentamos a seguir abordam os números, de todos os tipos que vimos acima. Atenção: responda sempre em seu caderno, não escreva nesse material!



Você conhece o papel quadriculado? Pegue uma folha desse papel e trace um segmento de reta de tamanho igual a 30 lados de quadrado e marque os números 0 e 1 em seus extremos. Agora, marque neste segmento as frações:

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{2}{5}, \frac{4}{6}, \frac{3}{10}, \frac{5}{10}, \frac{12}{18}, \frac{6}{8}$$

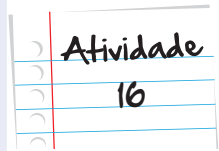
- Dentre as frações listadas, há mais do que uma associada a um mesmo ponto na reta? Quais são elas?
- Por que isso aconteceu?

Anote suas respostas em seu caderno

Defina abaixo, entre quais valores inteiros consecutivos se localiza cada fração:

- a. $\frac{2}{3}$
- b. $\frac{1}{2}$
- c. $\frac{-4}{5}$
- d. $\frac{7}{2}$

Anote suas respostas em seu caderno

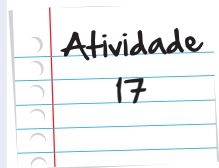


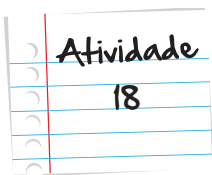
Usando uma calculadora simples, realize as seguintes atividades:

Digite a sequência de teclas $1+ = = \dots$ e observe os resultados.

- a. Que número apareceu no visor da calculadora após o 8º sinal $=$ pressionado? E após o 9º? E depois do 10º?
- b. Reinicie o mesmo processo a partir de 0,1 e não de 1, digitando na calculadora 0.1 $+ = = \dots$ e observando o resultado. Prossiga, registrando os números mostrados no visor, até o sétimo sinal $=$ pressionado. Sem continuar a pressionar a tecla $=$, escreva quais os três próximos resultados, indo a seguir na calculadora. Por que isso aconteceu?
- c. Agora, sem usar a calculadora: se você começar no 0,01, qual o resultado que deverá aparecer no visor da calculadora depois do 9º pressionar da tecla $=$?

Anote suas respostas em seu caderno

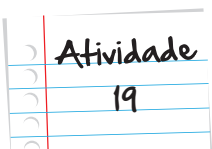




Vamos pensar no número decimal 3,004.

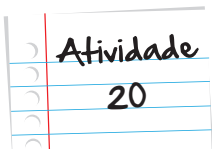
- Este número está mais próximo de 3 ou de 4? Por quê?
- Está mais próximo de 3 ou de 3,1? Por quê?
- Está mais próximo de 3 ou de 3,01? Por quê?

Anote suas respostas em seu caderno



Dê exemplos de 10 números racionais entre $\frac{17}{3}$ e $\frac{41}{5}$.

Anote suas respostas em seu caderno



Quem é o maior? Vamos arrumar em ordem crescente? Você pode usar uma calculadora para facilitar seus cálculos se quiser.

- $\frac{23}{9}$; 3, 6; $\frac{17}{6}$
- Raiz quadrada de 3; 1,732; 1,733
- $\frac{-5}{12}$; raiz quadrada de 4; menos raiz cúbica de 8
- $1\frac{3}{5}$; 1, 4; $\frac{4}{5}$; 1,333...; 1,334

Anote suas respostas em seu caderno

Subconjuntos da reta real: os intervalos

O conjunto dos números reais é infinito também, assim como o conjunto dos naturais também é. Mas são tipos de infinito diferentes, é como se o conjunto dos reais fosse “mais infinito” que o conjunto dos números naturais. Vamos ver por quê?

Quantos números naturais existem entre 2 e 4? Apenas o 3, concorda? E quantos números inteiros existem entre 2 e 4? Também só o 3. Agora, pense mais um pouco e responda: quantos números racionais existem entre 2 e 4? Será também só o 3?

A resposta é NÃO! Por exemplo, 2,1 é um número racional e está entre 2 e 4. A fração $\frac{19}{5}$ também é um número racional e está entre 2 e 4. 2,000001; 3,8703; 3,44444..., entre infinitos outros, também são números racionais existentes entre 2 e 4. Mesmo que tomemos intervalos bem pequenos, sempre conseguimos encontrar outros racionais entre os extremos do intervalo. Quer ver mais um exemplo?

Que racionais podem existir entre 2 e 3? Bom, podemos pensar em 2,1; 2,2; 2,3; etc. E entre 2,2 e 2,3 temos o 2,21; 2,22; 2,23; entre 2,21 e 2,22 temos o 2,211, 2,212, 2,213 etc. e isso num processo infinito! Nunca acaba! A quantidade de racionais existentes entre dois racionais quaisquer é infinita!

Quer saber mais sobre isso? Acesse o link <http://www.uff.br/cdme/edn/edn-html/edn-pos-br.html>, nele você vai encontrar uma atividade interativa muito interessante e que o ajudará muito a visualizar o que estamos falando agora.



E com os irracionais, será que ocorre o mesmo que com os racionais? Novamente a resposta é SIM! Há infinitos irracionais entre dois irracionais quaisquer! Quer ver um exemplo? Entre $\sqrt{2}$ e π , por exemplo, podemos destacar $2\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\frac{\pi}{2}$ (lembre-se que 1,41 e 3,14 são aproximações decimais para $\sqrt{2}$ e π), entre infinitos outros.

Esse tipo de infinito que também diferencia os números naturais e inteiros dos racionais, irracionais e reais, podem complicar bastante para escrever subconjuntos dos números reais. Por exemplo, se quisermos escrever o conjunto $A = \{x \in \mathbb{Z} / -3 < x < 5\}$, podemos escrever $A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$, ou ainda, o conjunto $B = \{x \in \mathbb{Z} / x < 5\}$, ele poderá ser escrito assim: $B = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$. Entretanto, se o conjunto for $C = \{x \in \mathbb{R} / -3 < x < 5\}$, ou seja, o conjunto formado por todos os números reais entre -3 e 5, como poderíamos escrever esse conjunto? Ou o conjunto $D = \{x \in \mathbb{R} / x < 5\}$, que engloba todos os números reais menores que 5, como ficaria? Difícil isso, concorda?

A solução para esse problema é usar o que conhecemos como intervalos reais.

Um intervalo real é um segmento de reta na reta numérica, ou seja, é um subconjunto sem interrupções intermediárias do conjunto dos números reais.

Importante

Já vimos que não conseguiremos escrever todos os seus elementos... A saída é usarmos um instrumento poderoso: a reta numérica! Quer ver como fazemos isso?

Como exemplo, vamos representar o conjunto $C = \{x \in \mathbb{R} / -3 < x < 5\}$?



Prático, não? O uso da reta numérica indica que, no trecho em vermelho, estão todos os números entre -3 e 5.

Mas há ainda um problema aqui...Quer ver qual é? Observe o seguinte intervalo:

$C_1 = \{x \in \mathbb{R} / -3 \leq x < 5\}$. Vamos representá-lo na reta?



Qual a diferença entre a representação na reta numérica de C e de C_1 ? Somente olhando a representação na reta, você consegue perceber qual a diferença entre os intervalos C e C_1 ?

Bem, olhando para os intervalos representados na reta numérica, não há diferença alguma! Mas quando olhamos para a representação na notação de conjunto, vemos que $-3 \in C_1$ mas $-3 \notin C$, uma vez que em C temos $-3 < x < 5$ e em C_1 temos $-3 \leq x < 5$.

Nosso problema agora é pensar em uma maneira que nos permita, simplesmente olhando a representação do intervalo na reta numérica, fazer a distinção entre C e C_1 . A estratégia que utilizaremos para resolver essa questão é associar uma bolinha fechada (\bullet) ao elemento que queremos incluir na representação na reta numérica ou uma bolinha aberta (\circ) ao elemento que não pertence ao intervalo, mas apenas o limita. Veja abaixo como essa estratégia mostra-se excelente para resolver esta questão!



Prático, concorda?

Veja agora, no geral, como representamos os intervalos reais!

Representação Geométrica	Representação por Notação de Conjunto	Representação por Notação de Intervalo
	$\{x \in \mathbb{R} / a < x \leq b\}$	$]a, b]$ ou $(a, b]$
	$\{x \in \mathbb{R} / a \leq x < b\}$	$[a, b[$ ou $[a, b)$
	$\{x \in \mathbb{R} / a \leq x \leq b\}$	$[a, b]$
	$\{x \in \mathbb{R} / a < x < b\}$	$]a, b[$ ou (a, b)
	$\{x \in \mathbb{R} / x \leq a\}$	$]-\infty, a]$ ou $(-\infty, a]$
	$\{x \in \mathbb{R} / x < a\}$	$]-\infty, a[$ ou $(-\infty, a)$
	$\{x \in \mathbb{R} / x \geq a\}$	$[a, +\infty[$ ou $[a, +\infty)$
	$\{x \in \mathbb{R} / x > a\}$	$]a, +\infty[$ ou $(a, +\infty)$

Algumas associações que podemos fazer são as seguintes:

- Em um intervalo com extremo pertencente ao conjunto, usamos os sinais de desigualdade com o igual \leq ou \geq na notação de conjunto. Na reta numérica, a inclusão do extremo é feita por meio de uma bolinha fechada \bullet . Na notação de intervalo, os colchetes voltados para dentro indicam a inclusão do extremo ao qual estão associados $[$ ou $]$.
- Em um intervalo com extremo não pertencente ao conjunto, usamos os sinais de desigualdade sem o igual $<$ ou $>$ na notação de conjunto. Na reta numérica, a inclusão do extremo é feita por meio de uma

bolinha aberta \circ . Na notação de intervalo, os colchetes voltados para fora $] , [$ ou os parênteses $(,)$ indicam que o extremo ao qual estão associados não pertencem ao conjunto.

- c. Um símbolo novo também está sendo apresentado a você agora: o símbolo do infinito, que é um 8 deitado: ∞ . Este símbolo pode ser associado ao sinal $+$, gerando $+\infty$, que representa o infinito positivo, no sentido para a direita na reta real, ou ao sinal de $-$, gerando $-\infty$, representando o infinito negativo, no sentido para a esquerda na reta real. O símbolo ∞ é usado na representação dos intervalos por notação de intervalo, que podemos visualizar na terceira coluna da tabela acima.

Vamos ver alguns exemplos?

1. O intervalo, representado abaixo, contém todos os números reais compreendidos entre 1 e 3, incluindo o 3. Podemos escrevê-lo como $\{x \in \mathbb{R} / 1 < x \leq 3\}$, usando notação de conjunto, ou $]1; 3]$ ou ainda $(1; 3]$, usando notação de intervalo.



2. O intervalo, representado abaixo, contém todos os números reais compreendidos entre -3 e 0, incluindo o -3. Podemos escrevê-lo como $\{x \in \mathbb{R} / -3 \leq x < 0\}$, usando notação de conjunto, ou $[-3, 0[$ ou ainda $[-3, 0)$, usando notação de intervalo.



3. O intervalo, representado abaixo, contém todos os números reais compreendidos entre -1 e 2, incluindo os dois extremos. Podemos escrevê-lo como $\{x \in \mathbb{R} / -1 \leq x \leq 2\}$, usando notação de conjunto, ou $[-1; 2]$, usando notação de intervalo.



4. O intervalo, representado abaixo, contém todos os números reais compreendidos entre -6 e -1, mas sem incluir nenhum dos dois extremos. Podemos escrevê-lo como $\{x \in \mathbb{R} / -6 < x < -1\}$, usando notação de conjunto, ou $] -6; -1[$ ou ainda $(-6; -1)$, usando notação de intervalo.



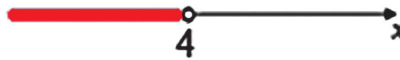
5. O intervalo, representado abaixo, contém todos os números reais que são menores que -2, incluindo o -2. Podemos escrevê-lo como $\{x \in \mathbb{R} / x \leq -2\}$, usando notação de conjunto, ou $]-\infty; -2]$ ou ainda $(-\infty; -2]$, usando notação de intervalo.



6. O intervalo, representado abaixo, contém todos os números reais que são maiores que -3, incluindo o -3. Podemos escrevê-lo como $\{x \in \mathbb{R} / x \geq -3\}$, usando notação de conjunto, ou $[-3; +\infty[$ ou ainda $[-3; +\infty)$, usando notação de intervalo.



7. O intervalo, representado abaixo, contém todos os números reais que são menores que 4, sem incluir o 4. Podemos escrevê-lo como $\{x \in \mathbb{R} / x < 4\}$, usando notação de conjunto, ou $]-\infty; 4[$ ou ainda $(-\infty; 4)$, usando notação de intervalo.



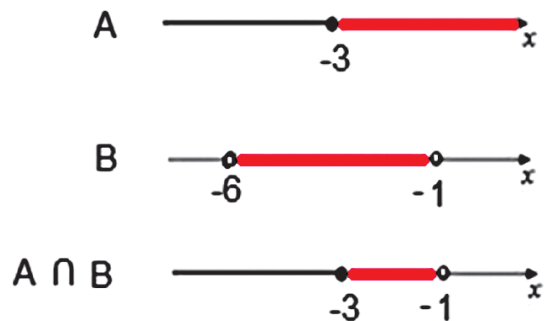
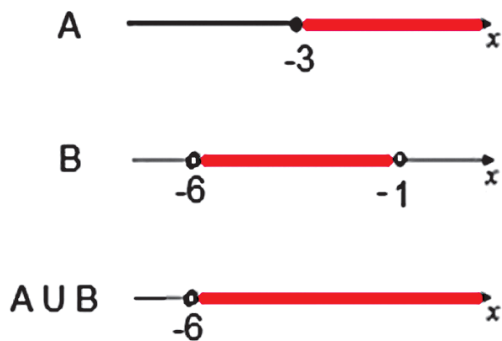
8. O intervalo, representado abaixo, contém todos os números reais que são maiores que 10, sem incluir o 10. Podemos escrevê-lo como $\{x \in \mathbb{R} / x > 10\}$, usando notação de conjunto, ou $]10; +\infty[$ ou ainda $(10; +\infty)$, usando notação de intervalo.



Operações com Intervalos Reais

Como os intervalos numéricos são conjuntos, as operações de união (\cup) e interseção (\cap) podem ser realizadas entre eles. A lógica é exatamente a mesma: quando unimos dois intervalos, juntamos todos os elementos dos dois intervalos em um só; quando fazemos a interseção entre dois intervalos, buscamos o que há de comum nos dois. Vamos ver como isso funciona?

Vamos fazer juntos, como exemplo, a união e a interseção dos intervalos $A = \{x \in \mathbb{R} / x \geq -3\}$ e $B =]-6; -1[$. Uma sugestão que ajuda muito é fazer a representação na reta numérica para visualizar melhor as operações.

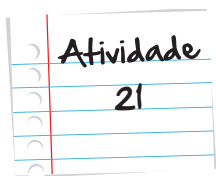


A ideia, na união, é de juntar os dois intervalos em um só, como se as duas representações na reta numérica se sobrepusessem e demarcássemos na união tudo que ficou pintado em um só dos conjuntos ou nos dois. Para a interseção, a ideia é a mesma, a de sobreposição, mas aí vamos marcar apenas o “pedaço” que ficou pintado nos dois intervalos ao mesmo tempo. E como respondemos então? Simples, retomando a representação em notação de conjunto e/ou em notação de intervalo para $A \cup B$ e para $A \cap B$. Veja!

$$A \cup B = \{x \in \mathbb{R} / x > -6\} \text{ ou } A \cup B =]-6; +\infty[= (-6; +\infty)$$

$$A \cap B = \{\mathbb{R} \in \mathbb{R} / -3 \leq \mathbb{R} < -1\} \text{ ou } A \cap B = [-3; -1[= \{-3; -1) \text{ ou } A \cap B = [-3; -1[= [-3; -1)$$

Vamos praticar isso um pouco para finalizar esta aula? Agora é com você!



Vamos fazer a união e a interseção dos intervalos A e B, apresentados em cada item que se segue? Use o seu caderno!

- $A = \{x \in \mathbb{R} / -2 < x \leq 5\}$ e $B =]-\infty, 0[$
- $A = [3, 5[$ e $B = \{x \in \mathbb{R} / 2 \leq x \leq 10\}$
- $A = \{x \in \mathbb{R} / x \leq -5\}$ e $B = [-6; 0[$
- $A =]-\infty, 1[$ e $B = \{x \in \mathbb{R} / x \geq -1\}$
- $A = \{x \in \mathbb{R} / x < -4\}$ e $B = [2; +\infty)$

Anote suas respostas em seu caderno

Nesta aula, nós estudamos alguns conceitos que são fundamentais para o prosseguimento nos estudos do Ensino Médio. Toda a Matemática está estruturada, tomando como suporte o Estudo dos Conjuntos, que é o que permite dar à Matemática o seu caráter filosófico de precisão. Por essa razão, damos início ao estudo de Matemática no Ensino Médio, justamente estudando os Conjuntos.

Além da estrutura de conjuntos, vimos também os conjuntos numéricos – este é um momento em que podemos amadurecer tudo que já estudamos até hoje sobre números e operações com números. A organização dos números em conjuntos que os agrupam por suas semelhanças é primordial para que possamos estruturar as operações que realizamos entre eles. Este estudo também nos permite visualizar um pouco de alguns ramos extremamente importantes em Matemática, que são a Teoria dos Números e a Álgebra, além de nos apresentar uma nova estrutura de representação de subconjuntos contínuos dos números reais, que são os intervalos reais. Particularmente, a representação e as operações com Intervalos ainda serão muito usadas nas aulas seguintes. Então, não se permita concluir esta aula com dúvidas, retome o estudo, consulte seu professor e a Internet, certo?

Um abraço e até a próxima!

Resumo

- Conjuntos são objetos matemáticos que relacionam elementos de acordo com o que eles têm de semelhança ou de regularidade.
- Um elemento pode pertencer (\in) ou não pertencer (\notin) a um conjunto.
- Um conjunto pode estar contido (\subset) ou não estar contido ($\not\subset$) em outro conjunto.
- Uma parte ou um subconjunto de um conjunto dado é outro conjunto que tem todos os seus elementos pertencentes ao primeiro conjunto.
- A União (\cup) entre dois conjuntos é o conjunto formado por todos os elementos que estão nos dois conjuntos ao mesmo tempo ou em apenas um deles.
- A intersecção (\cap) entre dois conjuntos é o conjunto formado por todos os elementos que estão nos dois conjuntos simultaneamente.
- O conjunto dos números naturais (\mathbb{N}) é formado pelos números que resultam de contagem, como 1, 2, 3, 4, 5, etc.
- O conjunto dos números inteiros (\mathbb{Z}) é formado por todos os números naturais e os seus simétricos -1, -2, -3, etc.
- O conjunto dos números racionais (\mathbb{Q}) é formado por todos os números que podem ser escritos na forma de fração, ou seja, todos os naturais, os inteiros, os decimais exatos ou periódicos e as frações propriamente ditas.

- O conjunto dos números irracionais (I ou $\overline{\mathbb{Q}}$) é formado por todos os números que não podem ser escritos como fração. Estes números têm a forma de números decimais que são infinitos e não são periódicos, como o número π ou os resultados de raízes não exatas.
- O conjunto dos números reais (R) é o conjunto que representa a união entre racionais e irracionais.

Veja Ainda

- Procure na Internet sobre a vida e a obra de Georg Cantor, onde nasceu, período em que viveu. Ele teve uma importância enorme no estudo dos conjuntos. Algumas sugestões de sites na Internet onde você pode saber mais sobre Cantor seguem abaixo:
 - <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/seminario/cantor/vidacantor.htm>
 - http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/diaadia/diadia/arquivos/File/conteudo/veiculos_de_comunicacao/RPM/RPM43/RPM43_02.PDF
 - <http://www.seara.ufc.br/especiais/matematica/transfinitos/transfinitos5.htm>
- Existem outras constantes matemáticas também incomensuráveis com a unidade. Aqui falamos do π . Procure saber do e e do φ . O número e , em homenagem a Euler, aparecerá no estudo das funções exponenciais e logarítmicas. Já o número φ é conhecido como número de ouro. O site <http://www.uff.br/cdme/rza/rza-html/rza-br.html> apresenta algumas atividades muito boas sobre o número de ouro e o retângulo áureo.
- O Laboratório Virtual de Matemática da UNIJUÍ – Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul – localizada em Ijuí, RS, oferece algumas atividades muito interessantes sobre os temas que estudamos nessa aula. Vale a pena experimentar! Acesse os links:
 - Operações com Conjuntos:

http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/principal/medio/conj_func/encomendas/ope-ra_conjuntos/index.html
 - Conjuntos Numéricos

http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/principal/medio/conj_func/encomendas/conj_num.htm
 - Operações com Intervalos Reais

<http://projetos.unijui.edu.br/matematica/medio/index.html>

- Há alguns vídeos no Youtube que podem ser bastante interessantes para aprofundar e ampliar o conhecimento sobre os números. Um deles é <http://www.youtube.com/watch?v=f1Ak-6vMVpg>, que trata do infinito. Vale a pena conferir!

Referências

Livros

- BOYER, Carl B. **História da Matemática**. Georgetown: Edgard Blucher, 1991. 479 páginas.
- IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos da Matemática Elementar 1 – Conjuntos e funções**. São Paulo: Atual Editora Ltda, 1977. 316 páginas.
- LIMA, Elon Lages; CARVALHO, Paulo Cezar Pinto; WAGNER, Eduardo; MORGADO, Augusto César. **A Matemática do Ensino Médio** – Volume 1. Coleção do Professor de Matemática. Rio de Janeiro: SBM, 1999. 237 páginas.

Imagens



- <http://www.sxc.hu/photo/475767>



- http://pt.wikipedia.org/wiki/Anexo:Lista_de_sele%C3%A7%C3%B5es_participantes_da_Copa_do_Mundo_FIFA_de_2006



- http://pt.wikipedia.org/wiki/Copa_do_Mundo_FIFA_de_2010



- <http://www.sxc.hu/photo/517386>

Respostas
das
Atividades

Atividade 1

Ainda refletindo sobre o que comentamos na correção da atividade 3, vemos que:

- (\notin) Abacate não pertence ao conjunto de frutas representado pela cesta
- (\notin) uva não pertence ao conjunto T representado pela turma.
- (\in) O livro de história pertence ao conjunto B de Biblioteca.
- (\in) A fruta banana pertence ao conjunto F de frutas representado pela cesta.
- (\in) A fruta uva pertence ao conjunto F de frutas representado pela cesta
- (\notin) A fruta uva não pertence ao conjunto B de Biblioteca.

Atividade 2

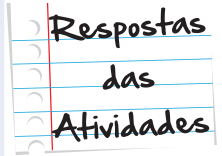
- O livro de história pertence ao conjunto Biblioteca
- Abacate não pertence ao conjunto Turma
- Uva não pertence ao conjunto Turma
- Banana pertence ao conjunto Frutas

Atividade 3

- $B \subset F$
- $M \subset F$
- $G \not\subset F$
- $B \subset M$
- $G \not\subset M$
- $B \not\subset G$

Atividade 4

- V, pois o elemento f (física) não pertence a U
- V, todos os elementos de B pertencem a U
- F, o livro de geografia não pertence ao conjunto B



Atividade 5

Vamos associar os sanduíches aos símbolos s_1 , s_2 , s_3 e s_4

Vamos associar as bebidas aos símbolos b_1 e b_2

Vamos associar os acompanhamentos com a_1 e a_2 . Teremos:

$\{s_1, r_1, a_1\}$; $\{s_1, r_1, a_2\}$; $\{s_1, r_2, a_1\}$; $\{s_1, r_2, a_2\}$

$\{s_2, r_1, a_1\}$; $\{s_2, r_1, a_2\}$; $\{s_2, r_2, a_1\}$; $\{s_2, r_2, a_2\}$

$\{s_3, r_1, a_1\}$; $\{s_3, r_1, a_2\}$; $\{s_3, r_2, a_1\}$; $\{s_3, r_2, a_2\}$

Atividade 6

- $\{M, A, T, E\}$
- $\{C, O, N, J, U, T\}$ – observe que não colocamos as letras repetidas no conjunto B.
- $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
- $\{11, 12, 13, 14, 15, \dots\}$ – esse é um conjunto que tem infinitos elementos.
- $\{ \}$ ou $E = \emptyset$ - não há números negativos entre 2 e 4. Isso quer dizer que esse é um conjunto vazio!

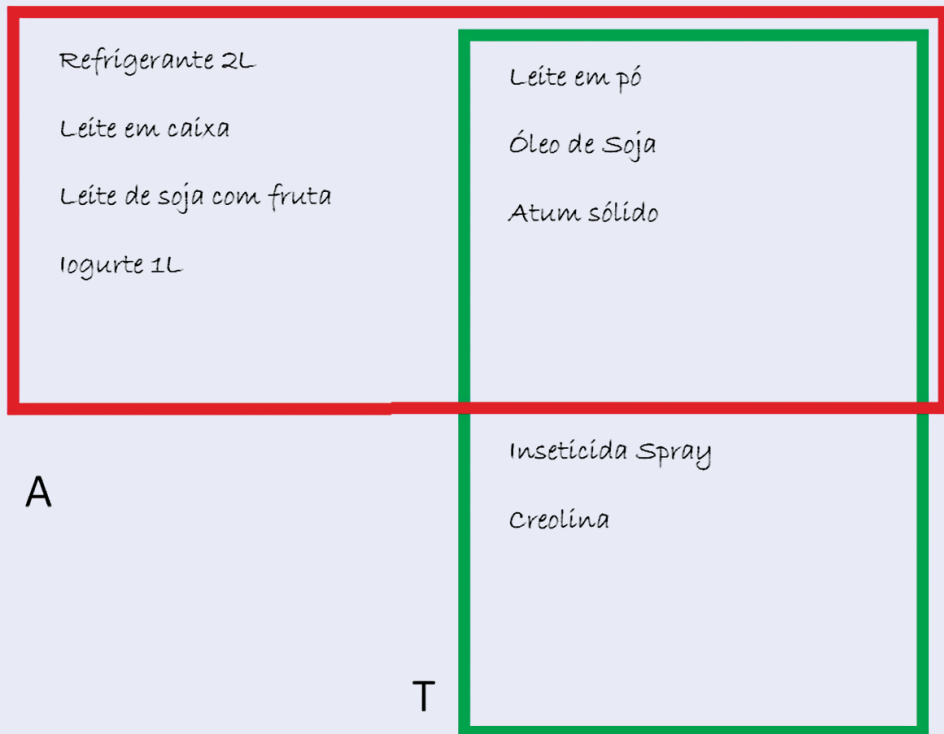
Atividade 7

$P(M) = \{ \{ \}, \{p\}, \{a\}, \{i\}, \{p,a\}, \{p,i\}, \{a,i\}, \{p,a,i\} \}$

Atividade 8

Respostas
das
Atividades

Refrigerante 2L Detergente Sabão em pó Atum sólido
Leite em caixa Inseticida em Spray Óleo de Soja Creolina
Leite em pó Leite de soja com fruta Sabão líquido Iogurte 1L



- Não.
- Ver na figura acima. (refrigerante 2L, Leite em caixa, leite de soja com fruta, iogurte 1L, leite em pó, óleo de soja e atum sólido)
- Ver na figura acima. (leite em pó, óleo de soja, atum sólido, inseticida em spray e creolina)
- Ver na figura acima – leite em pó, óleo de soja, atum sólido.
- Sabão líquido, sabão em pó e o detergente.

Atividade 9

$A = \{\text{refrigerante 2L, Leite em caixa, leite em pó, leite de soja com fruta, óleo de soja, atum sólido, iogurte 1L}\}$

$C = \{\text{leite em caixa, leite de soja com fruta, sabão em pó}\}$

$T = \{\text{leite em pó, inseticida spray, óleo de soja, atum sólido, creolina}\}$

$L = \{\text{detergente, inseticida spray, sabão em pó, sabão líquido, creolina}\}$

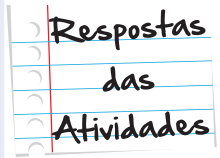
- Os produtos alimentícios ou produtos que são embalados em caixas. Podemos representar como $A \cup C$.
- São somente os alimentos que são embalados em caixas. Podemos representar como $A \cap C$.
- Produtos de limpeza ou produtos que são acondicionados em caixas. Podemos representar como $L \cup C$.
- Não, pois não há produtos de limpeza que sejam comestíveis. Podemos representar como $L \cap T = \emptyset$.
- Produtos alimentícios ou produtos de limpeza, ou seja, a lista toda de D. Sônia. Podemos representar como $A \cup L$.
- Sim, são os produtos de limpeza que são embalados em caixas. Podemos representar como $C \cap L$.

Atividade 10

$S = \{\text{Argentina, Brasil, Equador, México, Paraguai, Trinidad e Tobago}\}$

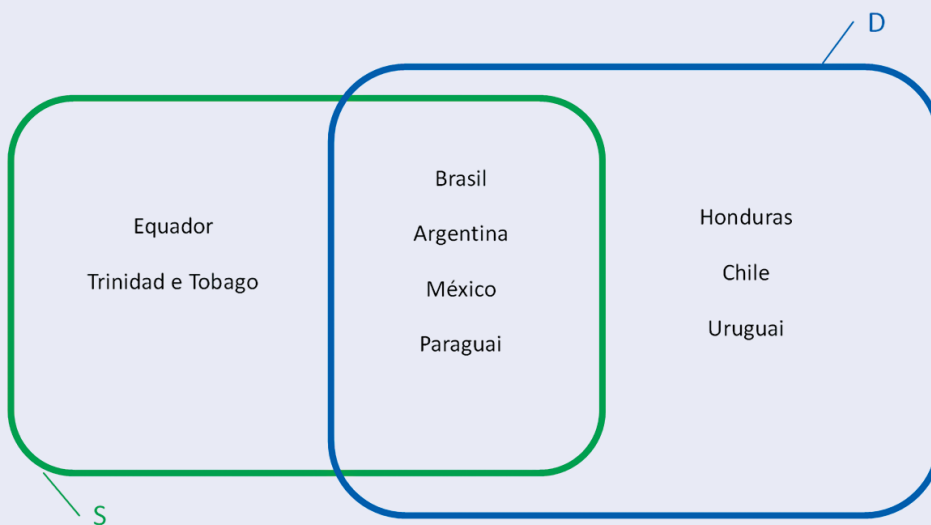
$D = \{\text{Brasil, Argentina, Honduras, México, Chile, Paraguai, Uruguai}\}$

- O conjunto S tem 6 elementos e o conjunto D tem 7 elementos.
- $E = S \cap D = \{\text{Brasil, Argentina, México, Paraguai}\}$. O conjunto E tem 4 elementos.
- $T = S \cup D = \{\text{Argentina, Brasil, Equador, México, Paraguai, Trinidad e Tobago, Honduras, Uruguai}\}$.



Respostas
das
Atividades

- d. A operação é de união entre S e D. O conjunto T tem 8 elementos.
e. Veja no diagrama abaixo:



Atividade 11

- a. $S - D = \{\text{Equador, Trinidad e Tobago}\}$
b. $D - S = \{\text{Honduras, Chile, Uruguai}\}$

Atividade 12

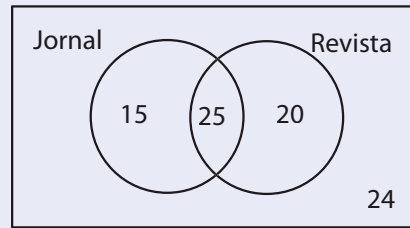
- a. $A - L = A$, pois não há produtos alimentícios que possam estar no conjunto dos produtos de Limpeza;
b. $L - A = L$, pois não há produtos de limpeza que possam estar no conjunto dos produtos alimentícios.
c. São os produtos que são embalados em caixas, mas não são alimentícios. $C - A = \{\text{sabão em pó}\}$
d. $L - T$
e. $C - A$

Atividade 13

Leem jornal – 40

Leem revista - 45

Leem os dois – 25



Respostas
das
Atividades

Note que estes 25 alunos são contados duas vezes (para os que leem jornal e para os que leem revista), logo teremos:

$$40 - 25 = 15$$

$$45 - 25 = 20$$

Podemos concluir que o total de entrevistados é: 15 (jornal) + 20 (revista) + 25 (jornal e revista) + 24 (nenhum) = 84 alunos entrevistados

Atividade 14

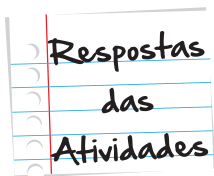
- Na primeira linha da tabela, estão todos os números naturais não nulos; na segunda linha, os números pares; na terceira linha, todos os resultados das potências de base 2 para expoente não nulo e na quarta linha encontramos os resultados de todas as potências de naturais do tipo n^n , para n não nulo.
- Terá nem mais nem menos elementos, porque as linhas 2, 3 e 4 são determinadas a partir dos elementos escritos na primeira linha. Logo, para cada elemento da linha 1 há um elemento correspondente em cada uma das outras linhas.
- Todas as linhas terão a mesma quantidade de elementos.

Atividade 15

- Neste exercício, a localização dos números será:

15 quadradinhos – $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{10}$

22,5 quadradinhos – $\frac{3}{4}$, $\frac{6}{8}$



20 quadradinhos - $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{12}{18}$

12 quadradinhos - $\frac{2}{5}$

9 quadradinhos - $\frac{3}{10}$

- b. As frações que ficam no mesmo lugar são as frações equivalentes

Atividade 16

- a. Entre 0 e 1
- b. Entre 0 e 1
- c. Entre 0 e -1
- d. Entre 3 e 4

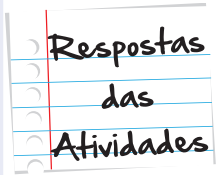
Atividade 17

- a. Na 8ª vez que pressionarmos a tecla =, obtemos 9; na 9ª vez, 10 e na 10ª vez 11.
- b. 0.2; 0.3; 0.4; 0.5; 0.6; 0.7; 0.8. Os próximos serão 0.9; 1.0 e 1.1
- c. Vai aparecer 0.1, porque quando pressionamos 9 vezes o sinal =, acumulamos 10 vezes o número 0.01 e 10 vezes 0.01 resulta em 0.1.

Atividade 18

- a. 3,004 está mais próximo de 3 que de 4, pois se dividirmos o espaço de 3 a 4 (na reta numérica) em 1000 partes iguais, o 3,004 vai estar na 4ª marcação após o 3, o que é antes da metade do total das marcas.
- b. 3,004 está mais próximo de 3 que de 3,01, porque se dividirmos o espaço de 3 a 3,1 em 100 partes iguais, o 3,004 estará na 4ª marcação após o 3, o que é antes da metade do total de marcas.

- c. 3,004 está mais próximo de 3, porque se dividirmos o espaço de e a 3,01 em 10 partes iguais, o 3,004 estará na 4ª posição após o três, o que é antes da metade do total das marcas.



Atividade 19

Vamos tomar uma aproximação decimal para estes racionais? $17/3$ é aproximadamente igual a 5,7 e $41/5$ é aproximadamente igual a 8,2. Podemos então escrever os decimais 5,8; 5,9; 6; 6,1; 6,2; 6,3; 6,4; 6,5; 6,6 e 6,7, por exemplo. Há infinitas possibilidades de resposta, essas são apenas algumas delas. O importante é que todos os números que você escrever estejam entre 5,7 e 8,2.

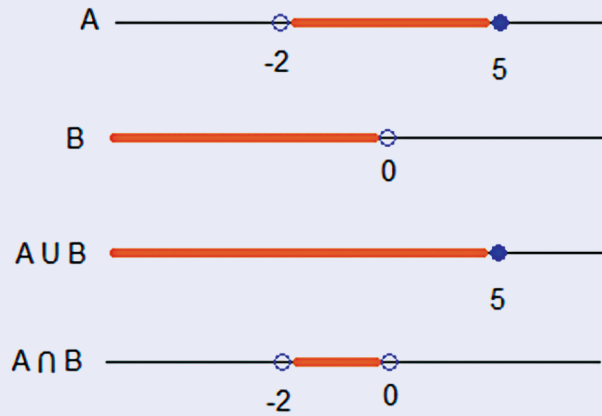
Atividade 20

Basta tomarmos uma aproximação decimal para cada um deles.

- a. $\frac{23}{9}$; $\frac{17}{6}$; 3,6
- b. 1,732; raiz quadrada de 3; 1,733...
- c. Menos raiz cúbica de oito; $\frac{-5}{12}$; raiz quadrada de 4
- d. $\frac{4}{5}$; 1,333...; 1,334; 1,4; $1\frac{3}{5}$

Atividade 21

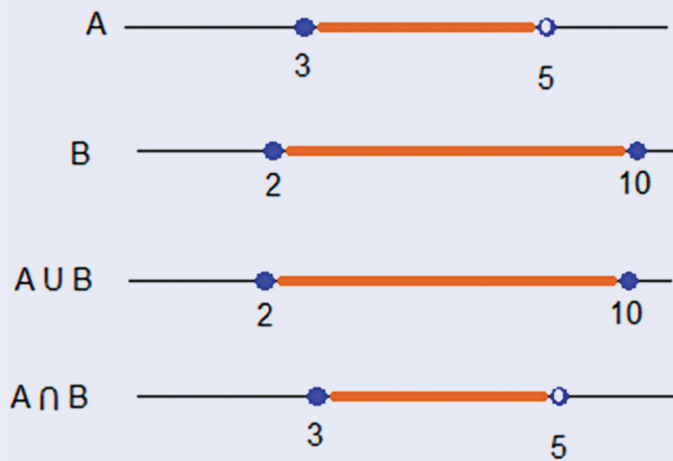
a. $A = \{x \in \mathbb{R} / -2 < x \leq 5\}$ e $B =]-\infty, 0[$



$$A \cup B = \{x \in \mathbb{R} / x \leq 5\} =]-\infty, 5]$$

$$A \cap B = \{x \in \mathbb{R} / -2 < x < 0\} =]-2, 0[$$

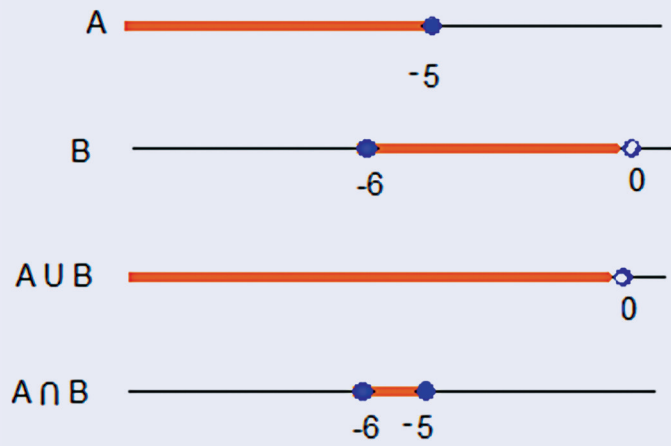
b. $A = [3, 5[$ e $B = \{x \in \mathbb{R} / 2 \leq x \leq 10\}$



$$A \cup B = \{x \in \mathbb{R} / 2 \leq x \leq 10\}$$

$$A \cap B = \{x \in \mathbb{R} / 3 \leq x < 5\}$$

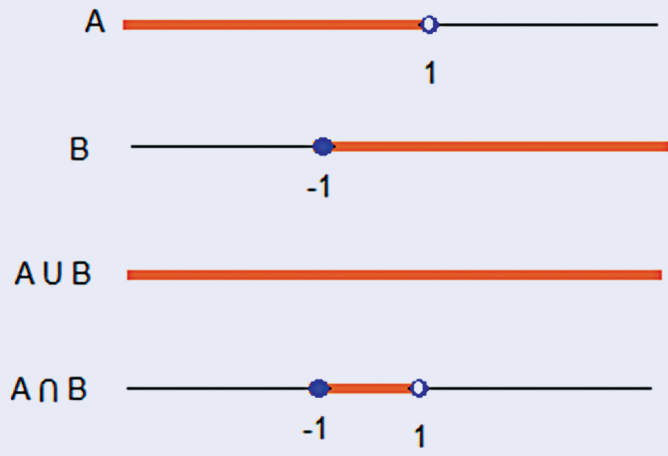
c. $A = \{x \in \mathbb{R} / x \leq -5\}$ e $B = [-6; 0[$



$$A \cup B = \{x \in \mathbb{R} / x < 0\} =]-\infty, 0[$$

$$A \cap B = \{x \in \mathbb{R} / -6 \leq x < -5\} = [-6, -5[$$

d. $A =]-\infty, 1[$ e $B = \{x \in \mathbb{R} / x \geq -1\}$



$$A \cup B =]-\infty, +\infty[= \mathbb{R}$$

$$A \cap B = \{x \in \mathbb{R} / -1 \leq x < 1\} = [-1, 1[$$

Respostas
das
Atividades

e. $A = \{x \in \mathbb{R} / x < -4\}$ e $B = [2; +\infty)$



$$A \cup B = \{x \in \mathbb{R} / x < -4 \text{ ou } x \geq 2\} =]-\infty, -4[\cup [2, +\infty[$$

$$A \cap B = \emptyset$$



Atividade extra

Exercício 1

Sejam os conjuntos $A = \{a, 7, 0\}$ e $B = \{0, 1, b\}$, tal que os conjuntos A e B sejam iguais.

Qual é a relação entre a e b ?

- (a) $a = b$ (b) $a + b = 8$ (c) $2a = b$ (d) $a = 2b$

Exercício 2

Dado que $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 4 < x < 16\}$ e $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 10 < x < 30\}$

Que conjunto representa $A \cap B$?

- (a) $\{ \}$ (b) $\{10, \dots, 16\}$ (c) $\{10, \dots, 29\}$ (d) $\{11, \dots, 15\}$

Exercício 3

Em preparação para as Olimpíadas de 2016 no Rio de Janeiro, 350 crianças praticam alguns esportes. Desse total, 220 jogam vôlei, 170 nadam e 80 jogam vôlei e nadam.

Quantas crianças praticam outros esportes?

- (a) 20 (b) 40 (c) 230 (d) 470

Exercício 4

De 979 estudantes entrevistados, 527 são fluentes em inglês, 251 são fluentes em francês e 321 não falam nenhum desses idiomas.

Quantos estudantes são fluentes em língua inglesa e francesa?

- (a) 778 (b) 658 (c) 131 (d) 120

Exercício 5

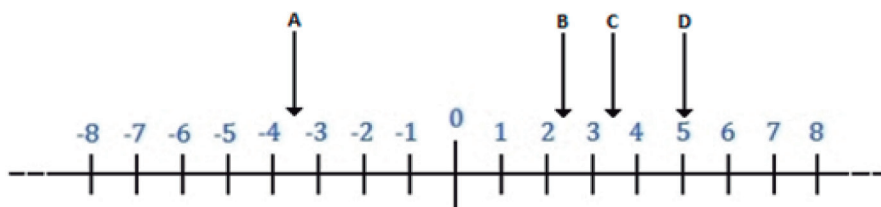
Considere o número $x = (1 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{3})$ e os conjuntos: X = números Irracionais, Y = números Naturais, Z = números Inteiros não positivos e W = números Inteiros não negativos.

A qual desses conjunto x pertence?

- (a) X (b) Y (c) Z (d) W

Exercício 6

Considere o número $\sqrt{10}$ e os pontos A, B, C e D representados na reta numérica.



Qual deles melhor representa a posição do número $\sqrt{10}$?

- (a) A (b) B (c) C (d) D

Exercício 7

Sejam os conjuntos $A = \{0, 1, 2, 3\}$ e $B = \{2, 4, 5\}$, denotamos por $n(P(A))$ o número de elementos do conjunto das partes de A e $n(P(B))$ o número de elementos do conjunto das partes de B .

Qual o valor de $n(P(A)) + n(P(B))$?

- (a) 128 (b) 64 (c) 32 (d) 24

Exercício 8

Sejam $x = 0,343434\dots$ e $y = 0,999\dots$

Qual o valor da expressão $x + y$?

- (a) $1,\overline{34}$ (b) 1,342434 (c) 1,34 (d) $\frac{43}{9}$

Exercício 9

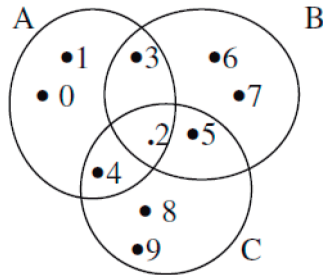
Sejam A e B dois conjuntos não vazios tais que: $A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$, $A - B = \{1; 3; 6; 7\}$ e $B - A = \{4; 8\}$.

Qual conjunto representa $A \cap B$?

- (a) $\{1; 4\}$ (b) $\{2; 5\}$ (c) $\{6; 7; 8\}$ (d) $\{1; 3; 4; 8\}$

Exercício 10

Observe os conjuntos A, B e C no diagrama.



Que opção representa o conjunto $(A \cup B) - C$?

- (a) {3} (b) {2, 3} (c) {0, 1, 3, 6, 7} (d) {2, 4, 5}

Exercício 11

Seja A um subconjunto do conjunto dos números racionais e B um subconjunto do conjunto dos irracionais.

Justifique por que a intersecção destes conjuntos não pode ter infinitos elementos.

Exercício 12

Considere T o conjunto de todos os triângulos, T_i o conjunto dos triângulos isósceles (triângulos com dois lados iguais) e T_e o conjunto dos triângulos equiláteros (triângulos com três lados iguais).

Faça o diagrama de Venn que represente esses três conjuntos.

Exercício 13

As marcas de refrigerante mais consumidas em um bar, numa certa noite, foram os refrigerantes A, B e C. Os garçons constataram que o consumo se deu de acordo com a tabela.

Marcas consumidas	Nº de consumidores
A	150
B	120
C	80
A e B	60
A e C	20
B e C	40
A, B e C	15

Quantos consumidores compraram exatamente duas dessas marcas naquela noite?

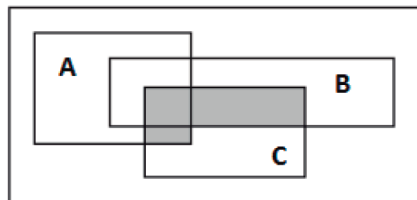
Exercício 14

Uma empresa produz quatro tipos distintos de bolas. Uma grande loja de departamentos deseja vender essas bolas em separadamente, e também em kits, com duas, três e quatro bolas distintas.

Quantos kits diferentes essa empresa fabricará?

Exercício 15

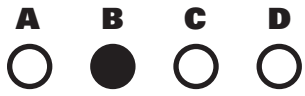
Observe o diagrama acerca dos conjuntos A, B e C.



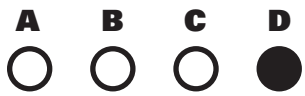
Como podemos representar, utilizando as operações entre conjuntos, a área hachurada do diagrama?

Gabarito

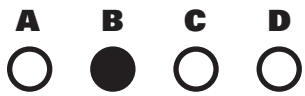
Exercício 1



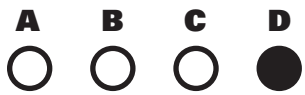
Exercício 2



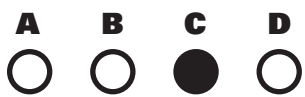
Exercício 3



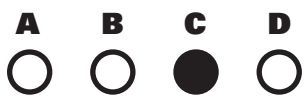
Exercício 4



Exercício 5



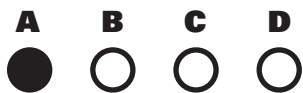
Exercício 6



Exercício 7



Exercício 8



Exercício 9



Exercício 10



Exercício 11

Como A é subconjunto do conjunto dos números racionais e B é subconjunto do conjunto dos irracionais, sua interseção é vazia, pois não há número que seja racional e irracional.

Portanto, a interseção não pode ter infinitos elementos.

Exercício 12

Deixamos aqui um incentivo para procurar seu professor e discutir sua solução.

Exercício 13

Basta fazer o diagrama de Venn com o cuidado de começar a distribuição dos valores pela intersecção de A , B e C . A resposta é a soma dos valores das intersecções, exceto a tripla.

Assim a resposta é: $45+25+5 = 75$ consumidores.

Exercício 14

São quatro bolas, o número de subconjuntos possíveis é $2^4 - 1$, pois o kit correspondente ao conjunto vazio não será comercializado. Logo, serão 15 kits.

Exercício 15

$C \cap (A \cup B)$ Existem outras formas.

